

ARBEITSKREIS BAYERISCHER PHYSIKDIDAKTIKER

# BEITRAG AUS DER REIHE:

Werner B. Schneider (Hrsg.)

## Wege in der Physikdidaktik

Band 3

Rückblick und Perspektive

ISBN 3 - 7896 - 0513 - 1

Verlag Palm & Enke, Erlangen 1993

### Anmerkung:

Die Bände 1 bis 5 sind (Ausnahme Band 5) im Buchhandel vergriffen.  
Die einzelnen Beiträge stehen jedoch auf der Homepage

<http://www.solstice.de>

zum freien Herunterladen zur Verfügung.

Das Copyright liegt bei den Autoren und Herausgebern.

Zum privaten Gebrauch dürfen die Beiträge unter Angabe der Quelle  
genutzt werden. Auf der Homepage

[www.solstice.de](http://www.solstice.de)

werden noch weitere Materialien zur Verfügung gestellt.

## **Nichtlineare Schwingungen - ein computergestütztes Lernprogramm für Ingenieurstudenten des ersten Studienjahres**

### **Einführung**

Die Schwingungslehre wird in der Physikausbildung für Ingenieurstudenten schon im ersten Studienjahr behandelt. Sie beschränkt sich aber bisher auf die linearen Schwingungen. Die dynamischen Vorgänge in technischen Systemen lassen sich jedoch oft nur durch nichtlineare Modelle genügend genau beschreiben. Schon einfache Schwingungssysteme, wie Pendel oder Federschwinger, müssen durch nichtlineare Differentialgleichungen beschrieben werden, wenn die Auslenkung aus der Ruhelage groß ist. In den letzten Jahren hat sich das Gebiet der nichtlinearen Dynamik stürmisch entwickelt. Unsere Vorstellungen vom Verhalten dynamischer Systeme wurden tiefgreifend gewandelt und erheblich erweitert. Das dynamische Verhalten reicht von periodischen Schwingungen bis zu chaotischen Bewegungen. Diese neuen Erkenntnisse finden aber noch keine Widerspiegelung in der Physikausbildung von Ingenieuren. Die mathematische Behandlung der Nichtlinearität erweist sich in den meisten Fällen als außerordentlich schwierig. Durch moderne numerische Verfahren in Verbindung mit der Benutzung von Computern kann man jedoch mit vertretbarem Aufwand die Lösungen von Bewegungsgleichungen nichtlinearer Systeme finden. Es gibt schon einige Programme, die dieses neue Gebiet für verschiedene Bereiche der Ausbildung erschließen (siehe [1,2,3,4]). Sie wurden hauptsächlich für die Veranschaulichung und Untersuchung der nichtlinearen Systeme entwickelt. Die Arbeit der Studenten mit diesen Programmen braucht notwendige Vorkenntnisse oder eine Betreuung durch Lehrkräfte. Um diese Tätigkeit der Lehrkräfte zu erleichtern, sollte außer Simulationsprogrammen ein computergeführtes Lernprogramm entwickelt werden. Damit können die theoretischen Grundlagen anhand beispielhafter Untersuchungen nichtlinearer Systeme didaktisch aufbereitet vermittelt werden. Der Lernstoff wird in logisch zusammenhängende Lernschritte zerlegt, interaktiv und individuell angepaßt am Rechner mittels Simulation eingeführt. Der Computer dient in diesem Fall als Werkzeug sowohl zur Vertretung der Aneignungsgegenstände (Simulation) als auch zur Führung von Vermittlungs- und Aneignungstätigkeiten (siehe [5]).

In der vorliegenden Arbeit wird der Versuch unternommen, das Gebiet "Nichtlineare Schwingungen" in der oben genannten kombinierten Form den Ingenieurstudenten des ersten Studienjahres nahezubringen. Das vorliegende Lernprogramm sollte auch für Leistungskurse in Gymnasien geeignet sein.

## Lernziele

Grundlegende Unterschiede zwischen linearen und nichtlinearen Schwingungen sowie charakteristische Phänomene der nichtlinearen Schwingungen sollen vermittelt werden; wie

- Abhängigkeit der Schwingungsdauer von der Schwingungsamplitude
- Anharmonizität der Schwingung des freien ungedämpften Pendels bei großen Ausschlägen
- Sprungphänomene
- Alternative Periodizität
- Koexistenz mehrerer stabiler Schwingungsmoden
- Periodenverdopplung als ein Weg zum Chaos
- Seltsamer Attraktor und seine Eigenschaften (Selbstähnlichkeit, fraktale Struktur, sensible Abhängigkeit der Trajektorien von den Anfangsbedingungen)
- Existenz von periodischen Fenstern im chaotischen Bereich .

Dafür geeignete Begriffe werden eingeführt, wie: dissipative Systeme, konservative Systeme, Attraktor, transiente Bewegung, Phasentrajektorie usw.. Ebenso wird eine Einführung in die Untersuchungs- und Darstellungsmethoden zur Beurteilung des Systemverhaltens gegeben, wie: Stroboskopische Abbildung, Fourieranalyse, Bifurkationsdiagramm, Ljapunov-Exponent.

## Programmsstruktur und eine kurze Beschreibung

Das Programm besteht aus drei Teilen:

1. Einführung
2. Lernprogramm
3. Experiment

### 1. Einführung

In diesem Teil bekommt der Benutzer einen Überblick über das Programm: seine Struktur, Übersicht über einzelne Teile, Ziele, wichtigste Bedienungshinweise. Die Bewegungsgleichungen der nichtlinearen Systeme, mit denen er in diesem Programm arbeiten wird - das getriebene gedämpfte Pendel, der getriebene nichtlineare Federschwinger und das Pohlsche Rad - werden kurz besprochen. Durch Animation und Beispiele wird die Lernmotivation erhöht.

Die Abbildung 1 zeigt einen Abschnitt dieser Einführung. Als Beispiel eines nichtlinearen Systems wird das Pohlsche Rad mit einer Unwucht dargestellt. Die Schwingung des Rades wird durch die sinusoidale Bewegung des Federhalters angeregt, die durch einen Motor erzeugt wird. Die graphische Abbildung rechts oben ist eine Animation. Der Student kann an der Bewegung der Unwucht (schwarzer Punkt A) und des Federhalters (starke Linie B) die gegenseitige Phasenlage von Schwingung und Anregung verfolgen. Der Text erläutert kurz die Versuchsanordnung und zeigt die Bewegungsgleichung ohne Beweis.

### Pohl'sche Rad

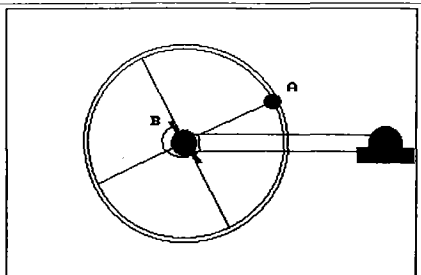
Ein System, das man auch für Realexperimente schnell aufbauen kann, ist das Pohl'sche Rad. Durch Anbringen einer Unwucht kann es leicht so verändert werden, daß sich Eigenschaften nichtlinearer Schwingungen demonstrieren lassen.

Die Bewegungsgleichung des Pendels ergibt sich aus den Drehmomenten, die von der Zusatzmasse und der Feder auf das Rad ausgeübt werden, wobei letzteres noch durch die Anregung harmonisch moduliert wird:

$$I\ddot{\theta} + b\dot{\theta} = -d(\theta - (\alpha + a\cos(\omega t))) + mgr\sin\theta$$

wobei

$I$  - Trägheitsmoment des Rades mit Unwucht  $m$        $b$  - Dämpfungskoeffizient  
 $r$  - Distanz der Unwucht zum Centrum des Rades       $\alpha$  - Mittellage der Anregung  
 $d$  - Elastizitätskonstante



Enter=weiter Bildt=zurück F10=Hauptmenü

Abb. 1: Vorstellung des Pohl'schen Rades im Einführungsteil

## 2. Lernprogramm

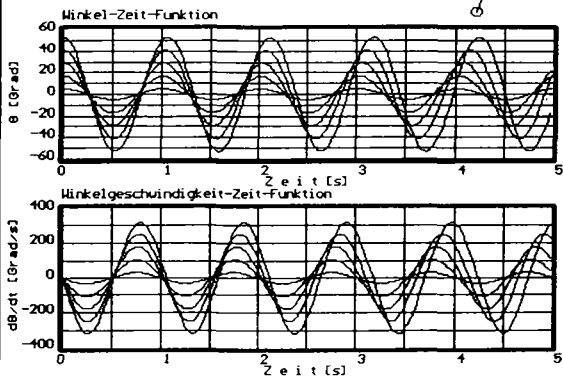
Am Beispiel des erzwungenen gedämpften Pendels werden die oben genannten Lernziele mit Hilfe eines computergeführten Lernprogramms erarbeitet. Der Lernprozeß in diesem Teil wird in drei Phasen eingeteilt.

In der ersten Phase wird der Student stark geführt. Die neuen Erkenntnisse werden durch den Vergleich mit bereits Bekanntem vermittelt. Für den Studenten wird zuerst das bekannte Wissen wiederholt. Die neuen Phänomene werden dann anhand der Ergebnisse der numerischen Berechnungen demonstriert, die in Form graphischer Darstellungen und durch Animation präsentiert werden. Um den Studenten zu eigener aktiver Betätigung zu bewegen, wird nach jeder Vorführung die Möglichkeit zum selbständigen einfachen Experimentieren angeboten. Die Parametervariation ist in dieser Phase noch stark begrenzt. Der Bildschirmausdruck in Abb.2 ist ein Beispiel dafür. Es wurde die Winkel- und Winkelgeschwindigkeit-Zeit-Funktion für verschiedene große Anfangswinkel und verschwindende Anfangswinkelgeschwindigkeit des freien ungedämpften Pendels berechnet. Gleichzeitig mit dem Entstehen der Kurve wird eine Animation des Pendels in der oberen rechten Ecke gezeigt. In einem Fenster links wird Text ausgegeben, der die Kurven interpretiert. Es wird hier deutlich gezeigt, daß die Periode der Schwingung mit der Vergrößerung des Anfangswinkels größer wird. Der Begriff "Eigenfrequenz", wie er in der linearen Schwingungstheorie als charakteristische Größe eines schwingenden Pendels definiert wird, hat seine physikalische Bedeutung verloren. Durch den Vergleich mit dem Ergebnis im vorherigen Schritt, in dem ähnliche Berechnungen für kleine

Bei Anfangsbedingungen, die zu großen Schwingungsweiten führen, können sowohl Lösungsformeln als auch Periodendauer von der Schwingungsweite und damit von den Anfangsbedingungen abhängen. Die Periodenlänge vergrößert sich mit Vergrößerung der Auslenkung.

Für die nichtlineare Schwingung hat der Begriff "Eigenfrequenz" seine physikalische Bedeutung verloren.

Die Frequenz der Schwingung ist nicht mehr ein konstanter Wert, der nur von den Systemparametern abhängt. Sie hängt von den konkreten Anfangsbedingungen ab.



**Möchten Sie noch experimentieren (J/N) ?**

Abb. 2: Das freie Pendel bei großen Ausschlägen

Anfangswinkel gemacht und die Unabhängigkeit der Periode vom Winkelausschlag gezeigt wurde, wird die neue Erkenntnis einprägsamer. Durch Antwort 'Ja' auf die Frage in der unteren Zeile kann der Student den Anfangswinkel variieren und die Berechnung selbst steuern.

In der zweiten Phase arbeitet der Student schon in der Programmumgebung, in der er später selbstständig mit Hilfe der Simulation computergraphische Experimente durchführen wird (diese Programmumgebung wird später im Teil "Experiment" beschrieben). In dieser Phase wird der Lernstoff als eine Reihe von Aufgaben angeboten. Der Student wird veranlaßt, einige bestimmte Kurven für einen vorgegebenen Parametersatz zu berechnen. Das Programm hilft ihm dabei, indem es seine Handlungen analysiert und entsprechende Rückmeldungen ausgibt (Fehlermeldung, Hinweise zur Korrektur). Wenn die Aufgabe erledigt ist, wird der theoretische Hintergrund kommentiert und der Student erhält Anregungen zu weiteren Berechnungen und weiterem Experimentieren. Schließlich erfolgt eine neue Aufgabenstellung.

Das wichtigste Ziel in dieser Phase ist, dem Student zu zeigen, daß das nichtlineare gedämpfte Pendel mit explizit zeitabhängiger Anregung ein kompliziertes und vielgestaltiges Schwingungsverhalten zeigt. Die Bewegung kann sowohl mit der Periode des Erregers als auch mit einer anderen Periode erfolgen. Das Pendel kann sogar eine chaotische Bewegung ausführen. Die Aufgaben werden so gestaltet, daß die Ergebnisse der Berechnungen immer kompliziertere Bewegungen präsentieren, damit der Student immer mit Spannung etwas Neues "entdecken" kann. Ein Beispiel dafür zeigt die Abbildung 3. Der Text im unteren Fenster kommentiert eine erfolgreiche Berechnung des Studenten. Es wurden die Phasenbahn und die stroboskopische

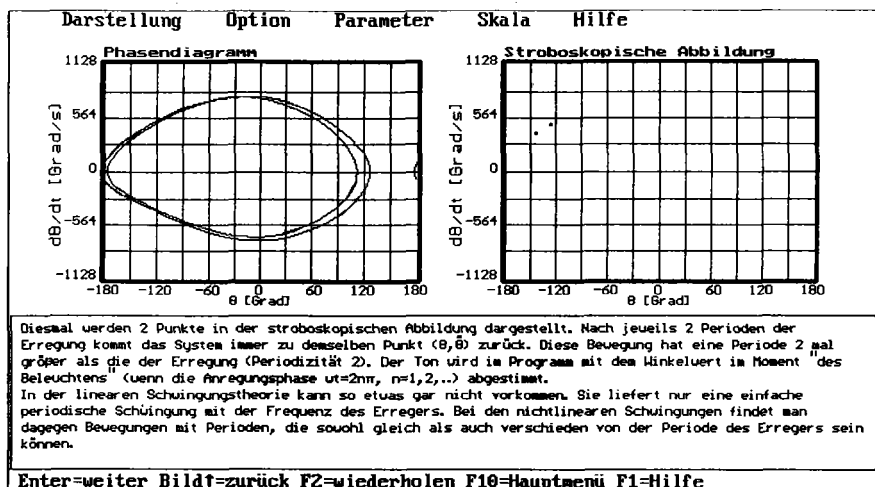


Abb. 3: Eine Bewegung mit Periode 2 (getriebenes Pendel)

Abbildung für einen Parametersatz berechnet. Die Schwingung des getriebenen gedämpften Pendels besitzt eine Periode, die zweimal größer als die Periode des Erregers ist. Nach diesem Lernschritt bekommt der Student die Aufgabe, diese Kurve für eine weitere, noch größere Anregungsamplitude (andere Systemparameter wie Erregerfrequenz, Dämpfungskoeffizient usw. bleiben unverändert) zu berechnen. Sie liefert eine Schwingung mit der Periodizität vier. Durch Einsatz des Tongenerators des PC's wird diese Periodenvervielfachung dem Studenten zusätzlich akustisch bemerkbar gemacht. Auf diese Weise gelangt der Student über Periodenverdopplungen von einfachen Bewegungen zu einer chaotischen Bewegung.

Durch die Zerlegung des Lernstoffes in kleine Schritte (Aufgaben) kann dem Studenten der Leitfaden des Lernprozesses verloren gehen. Um die Übersichtlichkeit zu erhalten, werden deshalb nach größeren Lernschritten die Hauptlernziele in einer Zusammenfassung noch einmal erläutert. Diese Zusammenfassungen sind reichlich mit Grafiken und Animationen kombiniert. Ein Beispiel zeigt Abb. 4. Wichtiges Lernziel in dieser Phase ist es, dem Studenten zu vermitteln, welche mathematischen Werkzeuge man für die Untersuchung und Darstellung des unterschiedlichen Bewegungsverhalten eines nichtlinearen Systems benutzen kann, und wie man mit Hilfe dieser Werkzeuge das Bewegungsverhalten beurteilt. Es werden die Ergebnisse verschiedener Methoden, die der Student für die Berechnung einer chaotischen Bewegung schon vorher benutzt hat, in ein Bild geladen. Die Geschwindigkeit-Zeit-Funktion zeigt einen unregulären Zeitablauf, die Phasenbahn bildet keinen Grenzzyklus, die stroboskopische Abbildung stellt den seltsamen Attraktor dar und das Fourierspektrum ist kontinuierlich.

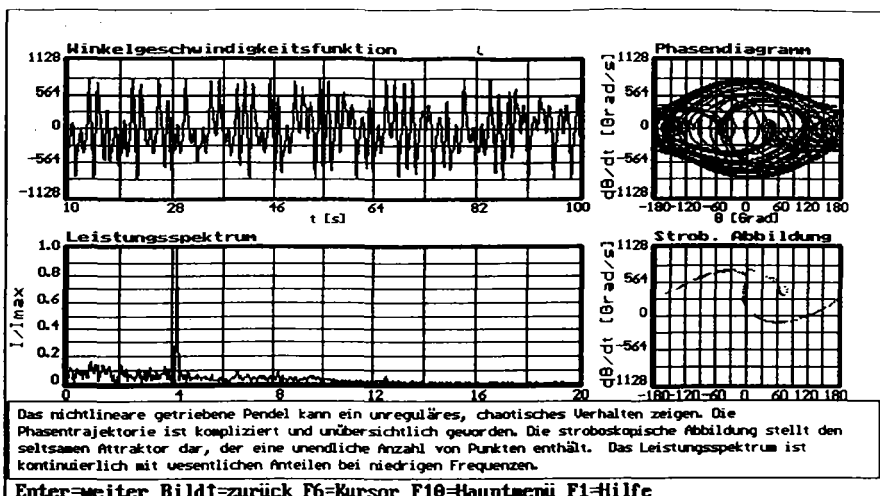


Abb. 4: Zusammenfassung verschiedener Untersuchungsmethoden dynamischer Systeme

Für solche Zusammenfassungen oder für die Darstellung einiger Kurven, die viel Zeit für die on-line Berechnung benötigen (wie Resonanzkurven, Bifurkationsdiagramme oder Ljapunov-Exponenten), werden vorher berechnete Daten eingeladen. Diese sind nicht als Bild sondern als Berechnungsergebnisse abgespeichert, damit beim Laden die Kurve "zeitlich entwickelt" wird. Der Benutzer hat dadurch das Gefühl, daß die Berechnung "on-line" erfolgt.

Die gewonnenen Erkenntnisse werden in der dritten Phase - der Kontrollphase geprüft. Dem Benutzer werden Fragen gestellt. Um diese beantworten zu können, muß er die in den vorherigen Phasen zu erlernenden Kenntnisse beherrschen und die Berechnung selbständig durchführen. Das Programm analysiert seine Handlungen vor der Antworteingabe und natürlich seine Antwort. Aufgrund der Handlungen oder der Antwort werden die Schwierigkeiten lokalisiert und mit Hilfe von Zusatzinformationen oder Hinweisen behoben.

### 3. Experiment

Dieser Teil ist ein Simulationsprogramm. Dabei kann der Student zwischen den drei Systemen wählen, die schon im Einführungsteil erwähnt wurden. Nach der Arbeit mit dem Lernteil sollte der Student die notwendigen Kenntnisse zu einer selbständigen Arbeit besitzen. Für jedes System ist die Programmumgebung identisch. Der Benutzer kann mit Hilfe eines Pull-Down Menüs verschiedene Darstellungen auswählen bzw. System- und Berechnungsparameter variieren. Die Abbildung 5 ist ein Bildschirmausdruck dieser Arbeitsumgebung für die Auswahl der Darstellungsweise. Einige Kurvenkombinationen, wie die Zeit-Funktionen und die Phasenbahn,

die Phasenbahn und die stroboskopische Abbildung, können gleichzeitig dargestellt werden. Durch solch parallele Visualisierung wird die Einführung von neuen Werkzeugen wie Phasenbahn (siehe z.B. in Abb.5) und stroboskopische Abbildung besser verständlich gemacht. Die vom Benutzer gewählten Parameter werden in einem Fenster (links unten in Abb.5) gezeigt. Es dient ihm zur Orientierung. Dadurch wird das Gefühl für die numerischen Zahlen bei Ingenieurstudenten besser ausgeprägt.

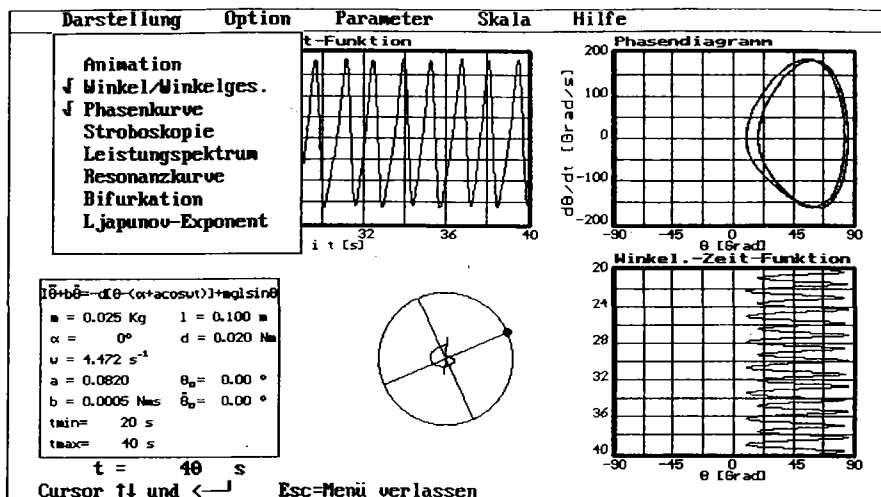


Abb. 5: Die Arbeitsumgebung im Experimentierteil

Das vorliegende Lernprogramm hat eine "offene" Programm-Struktur (in Sinne von [6]). Der Benutzer kann den Lernteil abbrechen und weiter mit dem Simulationsprogramm selbständig experimentieren oder umgekehrt. Beim Verlassen des Lernteils kann der Benutzer eine Markierung setzen, damit er beim nächsten Abruf sofort wieder an der Unterbrechungsstelle fortfahren kann. Die theoretische Zusammenfassung wird in einem Lexikon angeboten, das jederzeit erreichbar ist. Die Syntax des Lexikons ist sehr einfach und steht dem Lehrer zur eigenen Erweiterung entsprechend seinen Erfahrungen zur Verfügung. Das Programm wird durch einen Lehrbrief ergänzt. Er enthält eine Zusammenfassung des Lernprogramms, Bedienungshinweise, Empfehlungen zur Parameterwahl und Literaturhinweise.

Das Programm wird zur Zeit mit ausgewählten Studenten erprobt. Die Ergebnisse und Bemerkungen dazu werden wir später vorstellen.



## Literatur

- [1] B. Eckert, H. J. Jodl, H. J. Korsch  
Simulationsprogramme in der Physikhochschulausbildung. -  
Wege in der Physikdidaktik, Band 2, Erlangen 1991
- [2] R. Worg  
Sind Computer im Unterricht nichts weiter als unnützes Spielzeug? -  
Wege in der Physikdidaktik, Band 1, Erlangen 1989
- [3] U. Backhaus, H. J. Schlichting  
Regelmäßigkeiten im Chaos. Simulation eines exzentrischen Drehpendels.-  
DPG Vorträge zur Physikertagung 1988 in Giessen
- [4] R. Krohn  
Computersimulation nichtlinearer Phänomene für den Einsatz in der Ausbildung  
am Beispiel von mechanischen Pendelsystemen. -  
Diplomarbeit, TU Dresden 1991
- [5] Autorenkollektiv (W. Ihbe)  
Computergestützte Vermittlung und Aneignung. Anleitung für Programmautoren.-  
Teil 1. - Hrsg.: Institut für Film, Bild und Ton. Berlin 1988.
- [6] W. Ihbe  
Workshop "Teachware-Entwicklung auf IBM - kompatiblen Personalcomputern".-  
Lehrstuhl für Bildungstechnologie  
Teilnehmerunterlagen, TU Dresden 1992



## Autorenverzeichnis

- Achilles, Prof. Dr. Manfred,  
Eosanderstr. 17, 1000 Berlin 10
- Andreeff, Alexander, Technische Universität Dresden - Institut für  
Theoretische Physik, Mommsenstr. 13, O-8027 Dresden
- Becker, Jürgen, OStR, Emmy-Noether-Gymnasium Erlangen,  
Noether-Str. 49b, 8520 Erlangen
- Bodemann, Dr. Manfred, Universität-GH Siegen, Fachbereich 7,  
Didaktik der Physik, Adolf-Reichwein-Str., 5900 Siegen
- Bounthong V., Technische Universität Dresden - Institut für Theoretische  
Physik, Mommsenstr. 13, O-8027 Dresden.
- Bube, Dr. Walter, StD, Gymnasium Puchheim bei München  
Brucker Str. 10, 8094 Inning a. A.
- Dengler, Dr. Roman, OStR, Universität München - Didaktik der Physik  
Schellingstr. 4, 8000 München 40
- Diemer, Dr. Ulrich, Universität Kaiserslautern - Fachbereich Physik,  
Erwin-Schrödinger-Str., 6750 Kaiserslautern
- Dittmann, Dr. Helmut, StD, Hans-Sachs-Gymnasium Nürnberg,  
Löbleinstr. 10, 8500 Nürnberg 10
- Elbel, Prof. Dr. Matthias, Universität Marburg - Fachbereich Physik  
Renthof 5, 3550 Marburg
- Erdmann, Peter, Dipl.Ing., Telekom, Abteilung TS, Fernmeldeamt 2  
Allersberger Str. 130, 8500 Nürnberg 40
- Espiridiao, Sergio, Universidade Federal da Bahia, Salvador
- Euler, Prof. Dr. Manfred, Universität GH-Paderborn, Fachbereich 6  
Didaktik der Physik, Warburger Str. 100, 4790 Paderborn
- Fichtner, Richard, StD, Akademie für Lehrerfortbildung in Dillingen,  
Abhofach, 8880 Dillingen/Donau
- Fischer, Nils, StR, Gymnasium Puchheim bei München,  
Bgm.-Lampl-Str. 4, 8081 Haspelmoor
- Girwidz, Raimund, StR i.H., Universität Würzburg - Physikalisches Institut  
Didaktik der Physik, Am Hubland, 8700 Würzburg