

ARBEITSKREIS BAYERISCHER PHYSIKDIDAKTIKER

# BEITRAG AUS DER REIHE:

Werner B. Schneider (Hrsg.)

## Wege in der Physikdidaktik

Band 3

Rückblick und Perspektive

ISBN 3 - 7896 - 0513 - 1

Verlag Palm & Enke, Erlangen 1993

### Anmerkung:

Die Bände 1 bis 5 sind (Ausnahme Band 5) im Buchhandel vergriffen.  
Die einzelnen Beiträge stehen jedoch auf der Homepage

<http://www.solstice.de>

zum freien Herunterladen zur Verfügung.

Das Copyright liegt bei den Autoren und Herausgebern.

Zum privaten Gebrauch dürfen die Beiträge unter Angabe der Quelle  
genutzt werden. Auf der Homepage

[www.solstice.de](http://www.solstice.de)

werden noch weitere Materialien zur Verfügung gestellt.

## Fliegen -

### Welche Vorstellungen will oder kann die Schulphysik vermitteln?

Aerodynamik wird im Schulunterricht meist stiefmütterlich behandelt; und die Art der Behandlung bleibt oft fachlich unbefriedigend. Aus dem Blickwinkel der Physiklehrerausbildung soll hier in fünf Essays auf einige kritische Punkte eingegangen werden.

#### 1. Vögel, Mücken und Flugmaschinen - Erfahrungen mit strömender Luft

Der Pilot prüft die Luft,  
die anfangs dünn ist,  
dann fließend wird, endlich fest genug,  
er stützt sich an ihr empor und steigt.

SAINT-EXUPÉRY

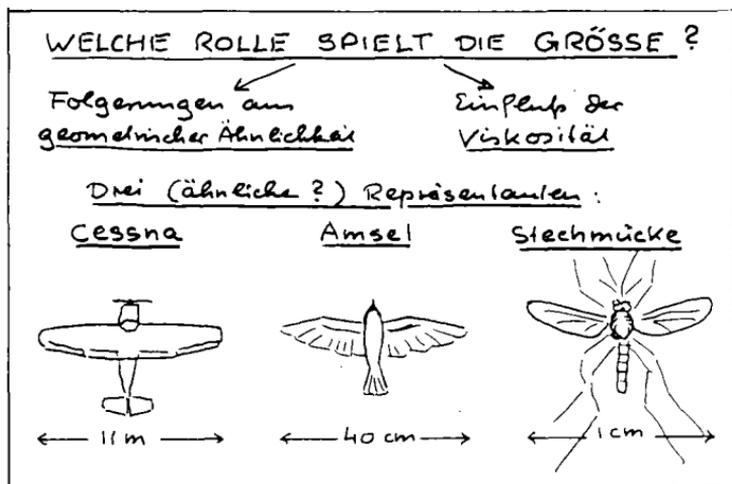
Was Antoine de Saint-Exupéry in dem hier aus seinem Buch "Südkurier" zitierten Satz treffend beschreibt, das kann - wenn auch nicht so unmittelbar wie der Pilot eines kleinen Flugzeugs - heute jeder Passagier im startenden Jet empfinden: das zunächst auf die Rollbahn stoßende, dann die Maschine nur noch leicht unterstützende Fahrwerk und plötzlich das Getragensein durch ein Luftpolster. Hier erfährt man einmal mehr, daß Luft eben nicht nur "Luft" im Volksmundsinn von "Nichts" ist, sondern ihre während des gesamten Fluges unsichtbar wirbelnde Strömung beachtliche Kräfte entwickelt.

Solche Erfahrungen am eigenen Leibe mögen dazu motivieren, das Erlebte auch physikalisch eingehender zu verstehen. Doch die Vorstellungen, welche es hierbei zu entwickeln gilt, sollten sinnvollerweise nicht beschränkt bleiben auf die speziellen Verhältnisse der Aerodynamik großer Flugzeuge, sondern es auch gestatten, beispielsweise den Schwingenflug der Vögel oder den Schwebeflug kleiner Insekten verständlich zu würdigen, Erscheinungen nämlich, die uns fast täglich vor Augen sind. Dies bedeutet, daß wir es hier mit einer beachtlichen Spanne von Größenordnungen zu tun bekommen, die sich nicht nur nach den Regeln geometrischer Maßstabsverhältnisse auswirken. Im Zusammenhang mit der kinematischen Viskosität werden für "große" und "kleine" Flieger die physikalischen Eigenschaften der Luft in unterschiedlicher Weise wichtig und erfordern eine entsprechende Anpassung der Fortbewegungsstrategien; für den Naturwissenschaftler ein faszinierendes Feld für Beobachtungen und Überlegungen.

Auf **Tafel 1** sind drei allbekannte Repräsentanten, ein Cessna-Sportflugzeug (Spannweite 11m), eine Amsel (Spannweite 40cm) und eine Stechmücke (Spannweite 1cm) auf gleiche Größe gebracht, denken wir uns etwa Amselgröße.

Auch eine solche Zwerg-Cessna ist flugfähig. Aber die Flugeigenschaften des Modells lassen sich verbessern, wenn man statt des Originalprofils für den Flügel einfach eine gewölbte Platte verwendet. Der Flug einer Riesen-Mücke erfordert gegenüber der Originalgröße einen überproportionalen Leistungsaufwand (siehe in **Tafel 2** den Faktor (Masse)<sup>7/6</sup> in der

benötigten Flugleistung!). Zudem würden die prominenten Flügeladern die Aerodynamik verschlechtern. Hier müßte geglättet werden.



TAFEL 1

In **Tafel 2** sind für Flugobjekte verschiedener Größenordnung physikalisch wichtige Parameter zusammengestellt. Die Werte für den "normalen" Vogel wurden interpoliert aus Daten von Rayner: A new Approach to Animal Flight Mechanics, J. exp. Biol. 80 (1979) S.17-54.

## 2. Auftrieb: Zwei Betrachtungsweisen.

**Blick auf das Flugobjekt / Blick auf die Luft**

Ihr sollt sie  
nicht mit leeren Formeln,  
sondern mit Bildern erfüllen,  
die ein Gefüge mit sich führen.

SAINT-EXUPÉRY

Dieser Satz aus "Die Stadt in der Wüste" drückt einen Kernpunkt jeder Fachdidaktik aus; und er gibt zugleich einen Hinweis darauf, warum im Schulunterricht Flugphysik, wenn sie überhaupt aufgegriffen wird, vom fachlichen her meist unbefriedigend behandelt bleibt:

Fliegen, das ist für uns - vor jeder Physik - bereits "mit Bildern erfüllt": mit Traumbildern vom Schweben ohne jegliche Hilfsmittel, mit Sinneseindrücken von ziehenden Vögeln, schwirrenden Libellen und in der Dämmerung vorbeihuschenden Fledermäusen, aber auch bestimmt durch den immer häufiger werdenden Blick- und Geräuschkontakt mit einer Vielfalt menschengemachter Flugmaschinen.

Doch wie lassen sich solche Bilder durch physikalische Betrachtungen bereichern, ohne daß es bei Formeln bleibt, die zwar für den Aerodynamiker verdeutlichend "ein Gefüge mit sich führen" für den Schüler und viele Mitbürger aber oft "leer" und ohne Bezug zu den so faszinierenden Phänomenen bleiben? Interessant sind hier hauptsächlich physikalische

## ÄHNLICHKEITEN UND UNTERSCHIEDE

	<u>Segelflügel</u>	<u>Haustarabe</u> <sup>*)</sup>	<u>Stechmücke</u>
Masse	M	400 kg	0,3 kg
Spannweite	b	15 m	0,7 m
Flügeltiefe	e	1 m	10 <sup>-1</sup> m
typ. Geschwind. c		50 m/s	10 m/s
Profilform			 <sup>**)</sup>
REYNOLDS-Zahl Re		3 · 10 <sup>6</sup>	7 · 10 <sup>4</sup>
Grenzschichtdicke δ		e/400	e/40
typ. Strömung		stationär	quasistationär
			instationär

\*\*) Querschnitt Libellenflügel

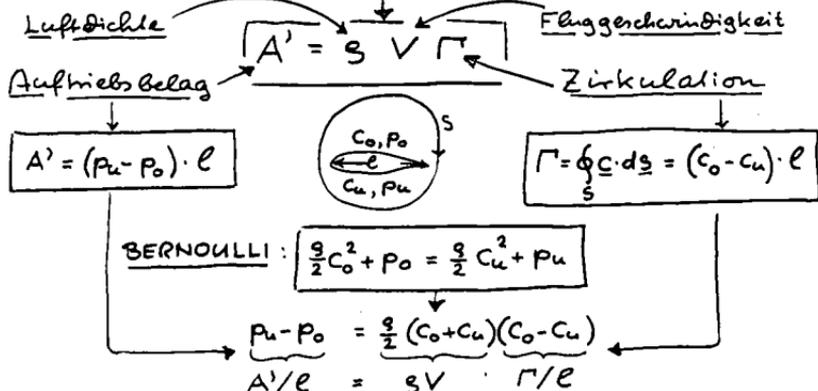
\*) Normaler Vogel

Masse	: M	
Spannweite	: b = b <sub>1</sub> (M/kg) <sup>1/3</sup>	; b = 1,10 m
Flügelfläche	: S = S <sub>1</sub> (M/kg) <sup>2/3</sup>	; S = 0,16 m <sup>2</sup>
Min. Leistung	: P = P <sub>1</sub> (M/kg) <sup>7/6</sup>	; P <sub>1</sub> = 16 W
Manchgeschw.	: C = C <sub>1</sub> (M/kg) <sup>1/6</sup>	; C <sub>1</sub> = 16 m/s

TAFEL 2 (oben) und TAFEL 3 (unten)

## ERKLÄRUNGSMUSTER "BERNOULLI"

Ziel: KUTTA-JOUKOWSKI-Formel plausibel machen



Schwachpunkt der Schulbuchdarstellungen:  
 Es wird keine stichhaltige Begründung für die Einstellung der Zirkulation  $\Gamma$  gegeben!

Antworten auf zwei Fragen:

1. Wie ist Luft, ein so dünnes Medium, überhaupt imstande, schwere Flugobjekte zu tragen
2. Wie wird in Natur und Technik die so wirkungsvolle Fortbewegung durch die Luft realisiert?

Daß sich hierauf bisher in den Schulbüchern keine befriedigenden Antworten finden, hat Klaus Niermann in einer ausführlichen Dokumentation dargelegt (K.Niermann: Darstellung der Aerodynamik in Schulphysikbüchern: von 1900 bis zur Gegenwart, Leuchtturm-Verlag 1989). Zur Erklärung des Auftriebs unterstellen die meisten neueren Schulbücher, daß sich um das Flügelprofil eine Zirkulationsströmung einstellt, ohne dies aber im gesteckten Rahmen stichhaltig begründen zu können. Diese Zirkulation bedeutet eine im Mittel auf der Flügeloberseite größere Strömungsgeschwindigkeit als auf der Unterseite. Das wird, unter Benutzung der Bernoulli-Gleichung, mit einer Druckdifferenz am Tragflügel, also einem Auftrieb verknüpft. Der Gedankengang dieses Erklärungsmusters ist auf **Tafel 3** skizziert.

In älteren Büchern durchgängig, in neueren seltener, wird zur Erklärung das "Rückstoßprinzip", also eine Impulsstrombilanz herangezogen und auf vertraute, unmittelbar einleuchtende Erfahrungen wie das Steigenlassen von Drachen zurückgegriffen. Will man aber quantitativ die bei Vorwärtsflug ins Spiel kommenden Luftmassen sowie ihre Ablenkung abschätzen, um daraus den Auftrieb zu bestimmen, so erfordert dies eine sorgfältige Analyse des Strömungsfeldes, die in der verfügbaren Zeit schwer durchzuführen ist. Wir gehen auf den Problemkreis im Schlußkapitel noch näher ein. Einfacher liegen die Verhältnisse beim Schwebeflug z.B. von Hubschraubern oder Insekten. Eine orientierende Abschätzung im Fall der Stubenfliege, bei der z.B. nicht darauf eingegangen wird, daß der erzeugte Freistrahл seinen Endquerschnitt und seine Endgeschwindigkeit erst weit unterhalb des Flügelschlagkreises erreicht, gibt **Tafel 4**. Wir haben es hier zu tun mit zwei verschiedenen Behandlungsweisen des Auftriebs, die auf **Tafel 5** gegenübergestellt sind.

Es fällt auf, daß in den untersuchten Schulbüchern entweder das Erklärungsmuster "Bernoulli" oder aber das Erklärungsmuster "Rückstoß" behandelt wird, beides aber kaum jemals miteinander in Verbindung gebracht wird, ja daß zwischen beiden Erklärungen Ungeheimheiten zu bestehen scheinen. Dies aber rührt davon her, daß die verschiedenen Blickrichtungen in unterschiedlicher Weise vereinfachende Annahmen gestatten, ja notwendig machen, um die Durchführung jeweils zu erleichtern. Dies zu überblicken, erfordert aber bereits tiefere Einsicht in die Gesamtzusammenhänge.

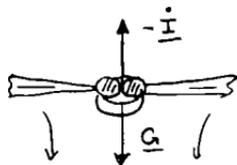
So liegt z.B. dem Bernoulli-Muster meist eine zweidimensionale Profiltheorie zugrunde, bei der der asymptotische Ablenkwinkel der Strömung verschwindet, weil die einbezogene effektive Luftmasse in diesem Grenzfall unendlich groß wird. Auf diese Ablenkung aber richtet sich gerade die Aufmerksamkeit beim Rückstoß-Muster. Hierbei wird ein Tragflügel mit endlicher Spannweite behandelt, und die mit dem Auftrieb verknüpften induzierten Ablenkwinkel lassen sich für jede zugrundegelegte Zirkulationsverteilung am Tragflügel berechnen. Generell gilt, daß dreidimensionale Strömungen leichter zu interpretieren sind

# SCHWEBEFLUG DER STUBENFLIEGE

(Orientierende Abschätzungen)

Impulsbilanz:

$$\underline{\dot{I}} = \underline{G}$$



Impulsstrom der Luft

$$\dot{I} = \dot{m} C$$

Fliegen gewicht  
 $G = 10^{-4} \text{ N}$

Massenstrom  $\dot{m} = A G C$   
durch die von den Flügeln  
überstrichene Fläche  
 $A = 1 \text{ cm}^2$

Geschwindigkeit der ab-  
wärts strömenden Luft

$$C \approx \sqrt{\frac{G}{A \rho}} = 0,9 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Schwebelastung

$$P = G C \approx \sqrt{\frac{G^3}{A \rho}} \approx 10^{-4} \text{ W}$$

TAFEL 4 (oben) und TAFEL 5 (unten)

# AUFTRIEB: ZWEI BETRACHTUNGSWEISEN

Wie wird ein Flügel umströmt?

Welcher Impuls wird auf die Luft übertragen?

BERNOULLI

Druckverteilung  
am Flügel

drückt  
auf

FLÜGEL

Blickpunkt

LUFT

ver-  
wirbelt

Impuls eines  
Wirbelsystems

Kraft = Impulsstrom

Betrachtet wird:  
der am Profil  
"gebundene" Teil  
des Wirbelsystems

Zentrale Größe:

Zirkulation  $\Gamma$

Betrachtet wird:  
das gesamte  
Wirbelsystem

Grundfragen

Wie entwickelt sich  $\Gamma$ ?

Wie wird das passende  $\Gamma$  aufrecht erhalten?

als die rechnerisch oft einfacher zu behandelnden ebenen Strömungen. Daher sollte stets der realistische räumliche Fall die im Schulunterricht vermittelten Vorstellungen bestimmen.

Doch dies sind recht diffizile Zusammenhänge, die der Lehrer sehr detailliert kennen muß, um die zur Elementarisierung nötigen Schritte überblicken und den Gültigkeitsbereich und die Grenzen der im Unterricht vermittelten Vorstellungen beurteilen zu können.

### 3. Das "fliegende Brett." - Warum fliegt es?

#### Beobachten - Probieren - Berechnen - Verstehen

Zwischen einem Flugmodell und einem lebenden Vogel besteht aerodynamisch ein wesentlicher Unterschied: das konventionelle Flugmodell fliegt eigenstabil, was unter anderem durch das Höhen- und Seitenleitwerk am Rumpfe bewirkt wird. Der Vogel aber fliegt instabil, er balanciert gleichsam durch die Luft. Ein perfekt kopiertes, aber lebloses Vogelmodell würde sofort abstürzen; will man es zu längsstabilem Fliegen bringen, dann muß man z.B. das gewölbte Flügelprofil durch ein "druckpunktfestes" Profil ersetzen oder einem eventuell verlängerten Schwanz stärker als beim lebenden Vogel die Funktion des Höhenleitwerks übertragen.

Die allereinfachste Form eines schwanzlosen Flugmodells ist das "fliegende Brett", eine passend getrimmte, rechteckige ebene Platte. Es ist lehrreich, dieses System im Detail zu studieren und darauf zu achten, wie verkürzt die Aerodynamik oft dargestellt wird, so daß der Nachdenkliche sie eigentlich nicht verstehen kann. - Wie kommt z.B. das stabilisierende Moment um die Querachse zustande, ohne das die "angestellte ebene Platte" kein frei "fliegendes Brett" sein könnte? Auf den **Tafeln 6, 7 und 8** ist dieses Problem unter den Leitworten: Probieren, Berechnen, Verstehen kurz behandelt. Eine ausführliche Diskussion findet sich in dem aufschlußreichen Buch von F.W. Schmitz: Aerodynamik des Flugmodells (Carl Lange Verlag, Duisburg 1952).

Die Messung des Momentenbeiwerts zeigt, daß für kleine Anstellwinkel  $\alpha$  das Drehmoment um den Neutralpunkt  $x_o = l/4$  verschwindet, wie man dies für die ebene Platte erwartet. Für Anstellwinkel ab  $\alpha \simeq 6^\circ$  aber wird das Moment um den Neutralpunkt kopflastig, so als wölbe sich die Platte mit wachsendem Anstellwinkel. Demgemäß steigt für  $x \geq x_o$  der Momentanbeiwert

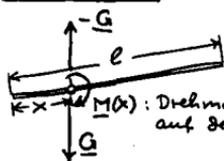
$$c_{M}(x) = c_{M} \cdot (x_o) + (x - x_o) \cdot c_A / l$$

zunächst mit  $\alpha$  an, um dann zu negativen Werten abzufallen. Die negative Steigung im Nulldurchgang stabilisiert die Längsbewegung. Sinkt  $\alpha$  z.B. unter den zu der betreffenden Schwerpunktslage  $x$  gehörenden Indifferenzwert, dann wird das fliegende Brett schwanzlastig und der Anstellwinkel wächst wieder an.

Eine praktisch brauchbare Schwerpunktslage ist  $x = 0,28 \cdot l$ . Wählt man  $x$  zu groß, dann wird das rüchtreibende Moment so stark, daß eine girlandenförmige Flugbahn resultiert.

Die auf **Tafel 7** skizzierte Berechnung der Potentialströmung um die ebene Platte ergibt kein stabiles, sondern nur ein indifferentes Gleichgewicht. Was tatsächlich bei der schrä-

# PROBIEREN! : "DAS FLIEGENDE BRETT"

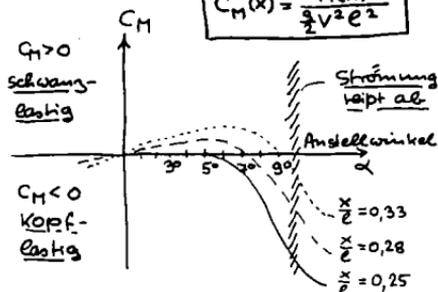


- fliegt stabil um die Querachse

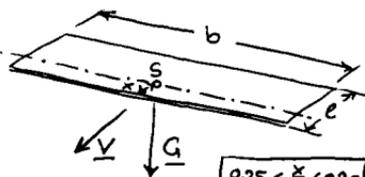
$M(x)$ : Drehmoment, bezogen auf den Schwerpunkt

Momentenbeiwert

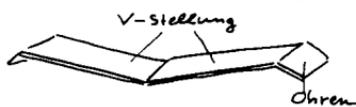
$$C_M(x) = \frac{M(x)}{\frac{\rho}{2} V^2 e^2}$$



Vertärkung des Effektes mit wachsender REYNOLDS-Zahl!



Stabilisierung um Hoch- und Längsachse durch pannende Flügelknicke



"Leipziger Nutflügelmodell"

TAFEL 6 (oben) und TAFEL 7 (unten)

# BERECHNEN! : POTENTIALSTRÖMUNG UM EBENE PLATTE

- theoretischer Gegenstück zum fliegenden Brett

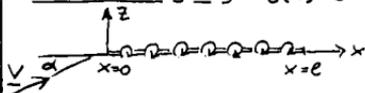
Zirkulationsbeleg des Profils:

$$\gamma(x); 0 \leq x \leq l$$

KUTTA-Bedingung  $\gamma(l) = 0$

Anliegende Strömung:

$$\Rightarrow \frac{l}{2\pi V} \int_0^l \frac{\gamma(x) dx}{x - \xi} = \alpha$$



Lösung:  $\gamma(x) = 2V\alpha \sqrt{\frac{l}{x} - 1}$

Zirkulation:  $\Gamma = \int_0^l \gamma(x) dx = \pi \alpha V l$

Geschwindigkeitsprung:  $\Delta u(x) := u_o(x) - u_u(x) = \gamma(x)$

Druckprung (BERNOULLI):  $\Delta p(x) := p_u(x) - p_o(x) = \rho V \gamma(x)$

Auftriebsbeleg:  $A' = \int_0^l \rho p df = \rho V \Gamma = \pi \alpha \rho V^2 l$   $C_A = \frac{A'}{\frac{\rho}{2} V^2 e^2} = 2\pi \alpha$

Drehmomentbeleg  $M'(x) = x A' - \int_0^x \rho p df = (x - \frac{l}{4}) A'$   $C_M(x) = (x - \frac{l}{4}) C_A$

Neutralpunkt:  $x_0 = \frac{l}{4}$  ( $C_M(x_0) = 0$ ) "Druckpunkt fest!"

$\Rightarrow$  Längsbewegung indifferent für Schwerpunkt bei  $x_0 = l/4$ !

# VERSTEHEN! : FUNKTION DER GRENZSCHICHT

- Die EULER-Gleichung erklärt nicht alles!

Wie entsteht und wie stabilisiert sich der Zirkulationsbeleg?

Wieso ist die Längsbewegung stabil (nicht indifferent)?

Anfangsströmung:  $\Gamma = 0$



Ablösung eines Anfahrwirbels

$$\alpha \lesssim 6^\circ : dC_T(\frac{\rho}{2})/d\alpha = 0$$

laminare Ablösung, Umschlagwirbel, turbulente Grenzschicht

Umströmung  $\hat{=}$  ebener Platte

Grenzschichten an der Platte

Potentialströmung  $u_1 = V + \Delta u/2$

Scherströmung  $\frac{d}{dx}$   $u=0$

Platte  $\leftarrow dx$  Kontur  $\rightarrow$

Scherströmung  $\frac{d}{dy}$

Potentialströmung  $u_2 = V - \Delta u/2$

Zirkulation um C  $d\Gamma = \Delta u dx$

$$\Gamma = \int_C d\Gamma : \text{"Tragender Wirbel"}$$

$$6^\circ \lesssim \alpha \lesssim 10^\circ : dC_T(\frac{\rho}{2})/d\alpha < 0$$

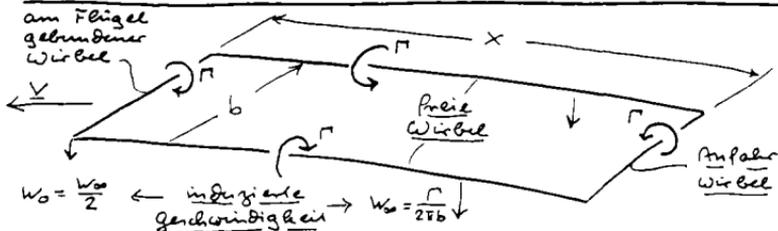
laminare Ablösung, breiter Umschlagwirbel, verdichtete Grenzschicht

Saugseite: "flüssige Fläche"

effektive Wölbung wächst mit  $\alpha$ !

TAFEL 8 (oben) und TAFEL 9 (unten)

## WIRBELSYSTEM EINES MIT $\underline{V}$ BEWEGTEN TRAGFLÜGELS



### Wirbel päden

- Schwimmen mit der Strömung
- geschlossene Kurve innerhalb des Fluids
- Zirkulation  $\Gamma$  längs Kurve konstant.

### Parallele Wirbel päden

$$w = \Gamma / (2\pi b)$$

induzierte Geschw. Abstand der Päden

Impuls einer Wirbelschleife

$$I = \rho \Gamma A$$

Dichte des Fluids Umkehrman Fläche

gen Anströmung einer ebenen Platte geschieht, läßt sich nicht allein aus der Potentialgleichung verstehen. Im ersten Moment bildet sich die auf **Tafel 8** links skizzierte zirkulationsfreie Strömung. Um die Profilhinterkante herrscht eine sehr hohe Geschwindigkeit. Da die Luft an der Plattenoberfläche haftet, bildet sich eine Grenzschicht mit einem großen negativen Zirkulationsbelag. Die Strömung läuft nun auf der Plattenoberseite gegen den Staupunkt und wird dabei extrem stark verzögert. Auf dieser kurzen Strecke muß der gesamte Zirkulationsbelag abgebaut werden. Dies ist in der Grenzschicht nicht möglich, die Strömung löst sich ab, nimmt die überschüssige Zirkulation als "Anfahrwirbel" mit und setzt dabei die positive Zirkulation um das Profil in Gang. Dieser Prozeß läuft so ab, daß die Luft dann an der Profilhinterkante glatt abströmt (Kutta-Bedingung).

An der Oberseite der Vorderkante reißt die Strömung schon bei kleinsten Anstellwinkeln ab. Es bildet sich ein kleiner Umschlagwirbel, der sich wieder an die Platte anlegt und hinter dem sich eine dünne turbulente Grenzschicht ausbildet. Die Umströmung außerhalb der Grenzschicht ist etwa so, wie man sie nach der Euler-Gleichung für die ebene Platte berechnet. - Im Bereich  $6^\circ \leq \alpha \leq 10^\circ$  verbreitert sich der Umschlagwirbel, es bildet sich eine gewölbte flüssige Fläche, die das Auftreten eines negativen Drehmoments plausibel macht. Für  $\alpha \geq 10^\circ$  lösen sich die Umschlagwirbel von der Platte, die Strömung "reißt ab".

Die Diskussion des "Fliegenden Brettes" soll darauf hinweisen, wie scheinbar einfache Phänomene, die wir in der Natur in vielerlei Varianten - z.B. bei Flugsamen - realisiert sehen, gar nicht einfach zu erklären sind. Im vorliegenden Falle erweist sich der in der Schule gemeinhin abgesteckte Rahmen als zu eng. Ohne die in der Grenzschicht zwischen Profilloberfläche und Potentialströmungen erzeugten und dann mit der Strömung transportierten Wirbelfelder in Betracht zu ziehen, läßt sich das Beobachtete nicht schlüssig verstehen!

#### **4. Profilumströmung**

##### **Machen Weglängenbetrachtungen den Auftrieb plausibel?**

Es wird gelegentlich argumentiert, daß bei der Umströmung eines Profils Luftteilchen, die am Staupunkt benachbart waren, an der Profilhinterkante wieder zusammentreffen. Aus dem längeren Laufweg über die Oberseite wird eine dort größere mittlere Strömungsgeschwindigkeit gefolgert. Abgesehen davon, daß für ein Wiedertzusammentreffen der Luftteilchen kein Grund ersichtlich ist, zeigt auch eine direkte Abschätzung, daß die Weglängendifferenzen bei weitem nicht ausreichen, um die erforderlichen Geschwindigkeits- und damit Druckunterschiede zu erzielen.

Wir orientieren uns an den überschaubaren Verhältnissen bei der angestellten ebenen Platte mit kleinem Anstellwinkel  $\alpha \ll 1$ . Hier ist die Aufmerksamkeit nicht durch Wölbung und Dicke des Profils vom Grundsätzlichen abgelenkt. Das Skelettprofil hat zudem den Vorteil, daß die Weglängendifferenz direkt an der Staupunktslage ablesbar ist. Die wichtigsten Ergebnisse für die ebene Platte sind (Erläuterung der Symbole auch auf den Tafeln):

**Zirkulationsbelag:**

$$\gamma(x) = 2V\alpha \sqrt{l/x-1}$$

**Zirkulation:**

$$\Gamma = \int_0^l \gamma(x) dx = \pi \alpha V l$$

**Auftriebsbeiwert:**

$$c_a = 2\pi \alpha$$

**Strömungsgeschwindigkeiten**

An der Oberseite:

$$u_+ = V + \gamma/2 = V (1 + \alpha\sqrt{l/x-1})$$

An der Unterseite:

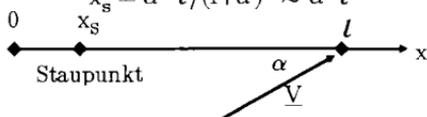
$$u_- = V - \gamma/2 = V (1 - \alpha\sqrt{l/x-1})$$

Differenz:

$$\Delta u = u_+ - u_- = \gamma(x)$$

**Staupunktcoordinate**

$$x_s = \alpha^2 l / (1 + \alpha)^2 \approx \alpha^2 l$$



Der relative Weglängenunterschied vom Staupunkt über die Oberseite bzw. die Unterseite des Profils beträgt für kleine Anstellwinkel  $\alpha$ :

$$\Delta s / l = 2x_s / l = 2\alpha^2$$

ist also proportional zu  $\alpha^2$ .

Für den realistischen Anstellwinkelwert  $\alpha = 5^\circ$  (entsprechend einem Auftriebsbeiwert  $c_a \approx 0,5$ ) erhält man

$$\Delta s / l = 1,5 \cdot 10^{-2}.$$

Die für den Auftrieb benötigte relative Geschwindigkeitsdifferenz  $\overline{\Delta u} / V$  zum Anstellwinkel  $\alpha$  proportional:

$$\begin{array}{ccc}
 & A' = \rho V \Gamma & \\
 & \swarrow \quad \searrow & \\
 A' = (\rho/2) V^2 l c_a & & \Gamma \overline{\Delta u} l \\
 & \downarrow & \\
 & \overline{\Delta u} / V = c_a / 2 = \pi \alpha & 
 \end{array}$$

Im Beispielfall ist dies:

$$\alpha = 5^\circ \Rightarrow \overline{\Delta u} / V = 0,27,$$

also um eine Ordnung größer als die zugehörige relative Weglängendifferenz.

Bei der ebenen Platte läßt sich für den Weg von der Umgebung des Staupunkts zu Profilhinterkante die Laufzeitdifferenz  $\Delta T$  einfach berechnen.

$$\Delta T = (\text{Laufzeit Unterseite}) - (\text{Laufzeit Oberseite})$$

Der Beitrag  $dT$  eines Profilelementes  $dx$  ist allgemein:

$$\begin{array}{l}
 \text{für } x < x_s : dT = -dx \left( \frac{1}{|u_-|} + \frac{1}{u_+} \right) \\
 \text{für } x > x_s : dT = dx \left( \frac{1}{u_-} + \frac{1}{u_+} \right)
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{für } x < x_s \\ \text{für } x > x_s \end{array}} \right\} dT = dx \left( \frac{1}{u_-} - \frac{1}{u_+} \right)$$

Speziell für die ebene Platte ergibt dies mit den Beziehungen von Tafel 3 u. 4:

$$dT = \frac{dx}{V^2} \cdot \frac{\gamma(x)}{1 - (\gamma/2V)^2} = \alpha \frac{2l}{V} \cdot \frac{\sqrt{y(1-y)}}{y - \alpha^2}; \quad y := x/l; \quad \alpha \ll 1$$

Die gesamte Laufzeitdifferenz beträgt:

$$\Delta T = \alpha \frac{2l}{V} \left[ \int_0^{\alpha^2 - \varepsilon} \frac{\sqrt{y(1-y)}}{y - \alpha^2} dy + \int_{\alpha^2 + \varepsilon}^1 \frac{\sqrt{y(1-y)}}{y - \alpha^2} dy \right]$$

Die Integrale lassen sich geschlossen auswerten; uns genügt es zu zeigen, daß  $\Delta T > 0$  ist, d.h. daß der obere Weg weniger Zeit benötigt. Wir spalten dazu das zweite Integral auf:

$$\frac{V}{2l\alpha} \Delta T = \int_0^{\alpha^2 - \varepsilon} \frac{f(y)}{y - \alpha^2} dy + \int_{\alpha^2 + \varepsilon}^1 \frac{f(y)}{y - \alpha^2} dy + \int_{\alpha^2}^{\alpha^2 + \varepsilon} \frac{f(y)}{y - \alpha^2} dy$$

$\qquad < 0 \qquad \qquad \qquad > 0 \qquad \qquad \qquad > 0$

und verifizieren, daß

$$\tau = \int_0^{\alpha^2 - \varepsilon} \frac{f(y)}{y - \alpha^2} dy + \int_{\alpha^2 + \varepsilon}^1 \frac{f(y)}{y - \alpha^2} dy > 0 \quad \Rightarrow \Delta T > 0$$

Dabei ist

$$f(y) := \sqrt{y(1-y)} > 0; \quad df/dy > 0 \text{ für } 0 < y < 1/2$$

Mit den Transformationen  $y - \alpha^2 = z$  bzw.  $y^* - \alpha^2 = -z^*$  und passend gewählten  $y_1, y_2$  aus den Intervallen  $0 < y_1 < \alpha^2$  und  $\alpha^2 < y_2 < 2\alpha^2$  erhält man das gesuchte Ergebnis:

$$\tau = \int_{\alpha^2}^{\varepsilon} \frac{f(y^*) dz^*}{z^*} + \int_{\varepsilon}^{\alpha^2} \frac{f(y) dz}{z} = [f(y_2) - f(y_1)] \cdot [\ln \alpha^2 - \ln \varepsilon] > 0$$

$\qquad \qquad \qquad > 0 \qquad \qquad \qquad > 0$

Es hat also bereits bei  $x = 2x_s$  (in unserem Beispielfall also nach nur 1,5% der Profiltiefe) das oben laufende Luftteilchen einen Vorsprung, der sich bis zum Profilende  $x = l$  weiter ausbaut.

## 5. Die Wirbel, das Gedächtnis der Strömung

### Kultivierung der Vorstellung vom "Rückstoß"

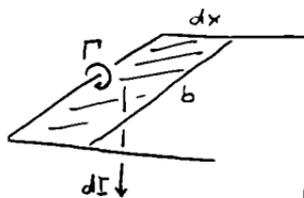
Einzusehen, warum eine Windmühle sich dreht oder ein Papierdrachen steigt, das bereitet kaum jemandem Schwierigkeiten. Die übliche Vorstellung ist dabei, daß die von den Flügeln abprallenden Luftteilchen, so als wären sie kleine Kügelchen, einen Rückstoß erzeugen, der bei der Windmühle das nötige Drehmoment erzeugt und beim Drachen sowohl das Gewicht kompensiert als auch einen Zug an der Schnur spürbar macht. Hier kann auf mancherlei Alltagserfahrungen mit "Rückstoß" zurückgegriffen werden; und so ist die ein geeigneter Ansatzpunkt (keine "leere Formel"!), von dem ausgehend die Vorstellungen aber doch beträchtlich kultiviert werden müssen, will man die außergewöhnliche Effektivität von Tragflügeln würdigen, wie sie das Erklärungsmuster "Bernoulli" direkt aufzeigt: Dort, im zweidimensionalen Fall der "Profiltheorie" (entsprechend einer unendlichen Spannweite im dreidimensionalen Raum), gibt es -wenn man die Reibung vernachlässigt- Auftrieb ohne Widerstand, also die ideale Gleitzahl  $\varepsilon := \text{Widerstand}/\text{Auftrieb} = 0!$  Mit dieser -

## LUFTKRAFT BEIM STATIONÄREN FLUG

Luftkraft auf den Flügel =

- zeitl. Impulsänderung der Wirbelschleife

[NEWTON:  $F = dI/dt$  bedeutet: Kraft in ein Impulsstrom!]

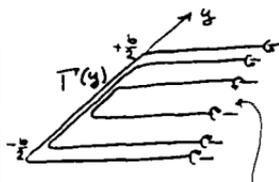


$$I = \int \Gamma b dx$$

$$dI = \Gamma b dx \quad dx = V dt$$

$$F = \frac{dI}{dt} = \Gamma V b$$

KUTTA-  
JOUKOWSKI



Durch Überlagerung von Wirbelschleifen konstruiert man realistische Zirkulationsverteilungen  $\Gamma(y)$ , z. B. "elliptisch":

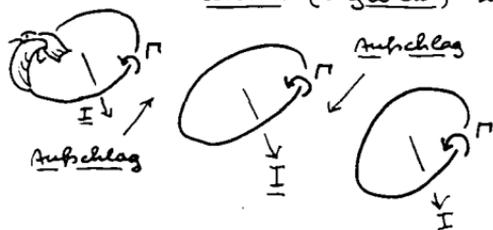
$$\Gamma(y) = \Gamma_0 \sqrt{1 - 4y^2/b^2}$$

Hinter dem Flügel entsteht eine Wirbelschicht.

TAFEL 10 (oben) und TAFEL 11 (unten)

## SCHWINGENFLUG - ZWEI SCHEMATA

Forderung: Mittlerer Impulsstrom der Luft nach unten (= Gewicht) und hinten (= Widerstand)

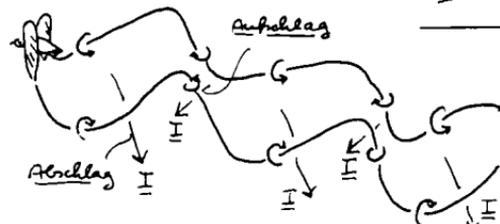


Abschlag: Wirbelring

Aufschlag: ohne Quertrieb

Schwebeflug:

senkrechter Freistrahle = Stapel von Wirbelringen



Zirkulation  $\approx$  konstant

Abschlag: volle Flügelfläche (Auftrieb + Vortrieb)

Aufschlag: verkleinerte Flügelfläche (Auftrieb + Rücktrieb)

Wirbelschichten rollen sich auf!

meist unausgesprochenen - Idealisierung hängt auch zusammen, daß die beiden Erklärungsmuster in den Schulbüchern -"Bernoulli" und "Rückstoß"- nicht miteinander verknüpft werden: In der zweidimensionalen Profiltheorie verschwindet nämlich der asymptotische Umlenkwinkel und damit versagt das anschauliche Argument einer umgelenkten Strömung.

Betrachtet man dagegen den realistischen Fall mit endlicher Flügelspannweite  $b$ , so kommt über den am Tragflügel gebundenen Teil des Wirbelsystems hinaus das gesamte räumliche Wirbelfeld mit geschlossenen Wirbellinien in den Blick und gestattet eine einsichtige Verknüpfung beider Betrachtungsweisen. Siehe dazu die **Tafel 9 und 10**.

Aerodynamischer Auftrieb ist also notwendig mit der Bildung von Wirbeln verknüpft. Unsere täglichen Erfahrungen mit Luft wären ohne Wirbel völlig anders. Die wirbelfreie Strömung eines reibungslosen, inkompressiblen Fluids - und ein solches haben wir, außerhalb der Grenzschicht, durchgängig vorausgesetzt - müßte augenblicklich stoppen, wenn das sie verursachende Objekt zur Ruhe kommt; denn das wirbelfreie Strömungsfeld hängt in eindeutiger Weise nur von der momentanen Bewegung der Körper ab. Erst die Wirbel bewahren Spuren vergangener Bewegungen und ermöglichen vielfältige Strömungsformen in Verbindung etwa mit einem flügelschlagenden Vogel. Es ist eine reizvolle Schulung des physikalischen Blickes, beim Betrachten eines fliegenden Vogels in Gedanken das entstehende Wirbelmuster mit zu sehen. Auf **Tafel 11** sind zwei einfache Grenzfälle skizziert.

Die überragende Bedeutung von Wirbelströmungen findet in den Schulbüchern bisher keinen auch nur annähernd angemessenen Niederschlag. Hier paßt Johann Peter Hebels Ausruf:

"Guter Freund, das ist nicht löblich,  
daß man so etwas alle Tage sieht,  
und fragt nie, was es bedeutet."  
HEBEL

Aber auch wenn wir dieses Phänomen physikalisch studiert haben, wissen wir dann schon wirklich "was es bedeutet"? Hierzu trägt auch die Physik nur ein Mosaiksteinchen bei, aber - wie wir Physiker glauben - ein besonders leuchtendes.