

ARBEITSKREIS BAYERISCHER PHYSIKDIDAKTIKER

## **BEITRAG AUS DER REIHE:**

Werner B. Schneider (Hrsg.)

# Wege in der Physikdidaktik

Band 1

Sammlung aktueller Beiträge aus der  
physikdidaktischen Forschung

ISBN 3 - 7896 - 0090 - 3

Verlag Palm & Enke, Erlangen 1989

### Anmerkung:

Die Bände 1 bis 5 sind (Ausnahme Band 5) im Buchhandel vergriffen.  
Die einzelnen Beiträge stehen jedoch auf der Homepage

<http://www.solstice.de>

zum freien Herunterladen zur Verfügung.

Das Copyright liegt bei den Autoren und Herausgebern.

Zum privaten Gebrauch dürfen die Beiträge unter Angabe der Quelle  
genutzt werden. Auf der Homepage

[www.solstice.de](http://www.solstice.de)

werden noch weitere Materialien zur Verfügung gestellt.

Hansjörg Jodl

## **Computer im Physikunterricht (Schule/Hochschule) Stand, Möglichkeiten und Grenzen**

Hiermit wird versucht, mit Hilfe einer Situationsanalyse einen kritischen konstruktiven Beitrag zu leisten, um den unausweichlichen Einsatz der Rechner in der Ausbildung zu unterstützen.<sup>1)</sup>

Im ersten Abschnitt – Randbedingungen, Feststellungen, Trends, Fragen – soll die Position des Autors, die Erwartung der Gesellschaft, sowie die Problematik dieses neuen Mediums deutlich werden. Im zweiten über den Istzustand steht die Rechneraustattung im Mittelpunkt, während im dritten Standards der hardware, software und teachware zur Diskussion gestellt werden. Der vierte Abschnitt – was ist ein gutes Programm – sollte in Verbindung mit den im Anhang aufgelisteten Programmen gesehen werden. In den darauffolgenden Abschnitten wird die Wirksamkeit des Mediums, die Grenzen des Einsatzes und abschließend Aufgaben für die Zukunft exemplarisch behandelt. Der Anhang enthält die Kurzbeschreibung der 7 gezeigten Programme.

### **1. Randbedingungen, Feststellungen, Trends, Fragen**

- Der Einsatz des Personalcomputers in der Ausbildung hat Vor- und Nachteile. Aber wir haben keine Wahl. Die Gesellschaft (z. B. Ausbildung für bestimmte Berufe), die Industrie (z. B. Absatzmarkt für Rechner), die Politik (z. B. Vergleich mit anderen Industrienationen), die Verwaltung (z. B. Datenerfassung) u.a.m. zwingen uns dazu.
  
- Computing power per unit cost of microcomputers is doubling about every eighteen months (Buy now and regret later, or regret now and buy later), Am. Journ. Phys. Jan. 1985.
  
- Hardware- und Softwareentwicklung sind so rasant, daß kaum Zeit bleibt, dieses neuartige Unterrichtsmedium gründlich zu studieren.

---

<sup>1)</sup> Nach einem Vortrag; gehalten auf der DPG-Frühjahrstagung, Fachausschuß Didaktik der Physik, Berlin 1987.

- Vorhersagen darüber, wie sich "Schulen" ändern werden infolge der neuen Computertechnologien, reichen von kaum bis total.
- Schülerhaltung: Freaks / Interessierte und Motivierbare/. Jene, mit irrationaler, emotional ablehnender Haltung. Lehrerhaltung: ähnlich; hinzu kommt das Generationsproblem.
- Auch ohne Rechner kann man Physik verstehen. / Bestimmte Aspekte können besser verstanden werden.
- Der Einsatz des Rechners im Physikunterricht ermöglicht es manchmal, sich mehr auf die Physik zu konzentrieren und mathematische Betrachtungen etwas in den Hintergrund treten zu lassen.
- Erlernen von Fähigkeiten (Bildungsziele): in der Physik zum Beispiel Meßwerttabellen aufstellen, Graphen zeichnen. Der Rechner kann es schneller, genauer, variabler, etc.
- Lehrpläne werden verändert: neue Stoffgebiete auf Kosten weniger bedeutsamer / fachübergreifende Ansätze / Verlagerung der kognitiven, pragmatischen und affektiven Lernziele / Anwendung und Realdaten.
- Computer-Berechnungen sind oft viel naheliegender und direkter als analytische Methoden; zudem helfen sie, physikalische Größen zu entwickeln (z. B. Differenzen statt Differentiale; mittlere und momentane Geschwindigkeit). Betrachtungen auf unterschiedlichen Abstraktionsniveaus sind gleichzeitig machbar.
- Nicht jedes "Thema", das programmierfähig ist, sollte auch programmiert werden.

## 2. **Istzustand**

### 2.1. **Sekundarstufe I**

Informationstechnische Grundbildung: politischer Entschluß 1985, Lehrplanentwürfe 1986/87, bundesweit Lehrerweiterbildung, erste Erfahrung aus Modellversuchen.

## 2.2. Gymnasien

- Rechnerausstattung (siehe unten)
- Programme (etwa 500 – 700 Stück)
- Literatur (etwa 20 Bücher und 400 Artikel; siehe PhuD3, 1988, S. 248)
- Lehrerweiterbildung (meist lokal in einzelnen Bundesländern)
- Zentralstellen in Bundesländer (Sammeln, Bewerten, Verteilen)
- Stelle des Bundes am Institut für Film und Bild, FWU – München (Beginn 1988/89)
- Arbeitskreise (jedes Jahr Ende Februar, seit 1983)

## 2.3. Hochschule

- Computerinvestitionsprogramm des Bundes (CIP-Phase 1, 1985 – 1988, Phase 2, 1989 – 1994)
- an den Physikfachbereichen
- Programme (Programm Pool, abgedruckt Phys. Blätter 1989, Heft 3)
- Literatur (etwa 5 Bücher)
- Arbeitskreis (jedes Jahr im Herbst, seit 1985)

## 2.4. Ausland

In den USA sind zwei Projekte heraushebenswert: Erstens Phys. Courseware Laboratory by Prof. Risley at Dep. of Phys., North Carolina State University, Raleigh NC; fungiert als "amerikanische Zentralstelle". Zweitens Prof. J. Wilson (Phys. Dep., Univ. of Maryland) betreut das Mumpetproject or triple C: Contemporary physics, cognitiv physics, computers in Physics.

## 2.5. Rechnerausstattung

Um keine veralteten Daten angeben zu müssen, gebe ich nur die Informationsquelle an: 1. Hefte der Kultusministerkonferenz enthalten für alle Bundesländer für alle Schularten Angaben über PC-Ausstattung. 2. Zentralstellen in einzelnen Bundesländern kennen genau den Stand. Schlußfolgerung aus den Daten von 1987: 85 % der Gymnasien in der BRD verfügen über Computer; pro Gymnasium im Mittel in Bayern 5,5 (1983/84), 12 (1987) und bundesweit (1987) etwa 5 – 7; Nord-Südgefälle.

### 3. Standards

#### 3.1. Momentane Regelung

hardware – IBM kompatibel

Maschinensprache – MS – DOS

Zugegeben, es ist viel interessanter, immer bessere, leistungsfähigere Rechner zur Verfügung zu haben. Man muß aber auch die Amortisationsdauer bedenken (Commodore-, Applegeneration seit 1978 – 1984 etwa) und die Tatsache, daß man auch mit dem Spektrumrechner schöne Sachen machen kann, vornehmlich den Schülerübungsbetrieb.

Programmiersprache – Turbo–Pascal

Der Sprachenstreit ist so alt wie die Computer: Logo, Comal, Basic, Turbobasic, Pascal, Turbopascal, Fortran, Eumel, u.a.m.

#### 3.2. Schnittstelle (Rechner und Experiment)

Man unterscheidet zwischen Billig–Versionen und flexiblen, wohl ausgeklügelten Varianten. Erstere werden meist für einen Versuchstyp entwickelt und nützen den Spielreglereingang. Letztere haben die Funktion einer Experimentierschnittstelle (intelligente Karte) mit folgenden nötigen Funktionen und machen so den Rechner zum "IO Kämpfer": AD und DA–Wandler, Registrieren und Ausgabe von Impulsen, TTL–Pulse, Digitales Wort oder  $\sim$  folgen, Uhr, als Widerstand direkt. Sensoren in genormten Kästen zum Messen von Magnetfeldern, Lichtintensitäten, Schall, pH–Werte, Spannung, Radioaktivität etc. werden angeschlossen; ebenfalls Manipulatoren zum Steuern und Reglen. Der Zeitpunkt, jede Einzelkomponente zu standardisieren, wie Rechner, Sensor, Interface, etc., ist überfällig (siehe dazu Keidel, Andraschko In: PhuD4, 1988, S. 334).

#### 3.3. Programmstruktur

Kurze Programme ("Zehnzeiler") werden meist im Unterricht selbst entwickelt und verlangen vom Lehrer hinreichend Kenntnis und geübten Umgang mit dem Rechner. Komfortprogramme (black box) erlauben dem Laien, interaktiv mit dem Rechner das phys. Problem mittels Simulation oder Computer–Realexperiment anzugehen. Das Menü soll Informationen, einen Demonstrationslauf, die Parameterseite, einen Lauf mit eigenen Werten, Hilfen (als Standardbefehl mittels Leiste einblenden) enthalten (siehe Schaaf, Jodl In: PhuD2, 1983, S. 143).

3.4. Sind Standards sinnvoll?

Unsere Erfahrung der letzten 15 Jahre lassen diese angebracht erscheinen: z. B. Tausch von Programmen, Fremdbenutzung, Haltung der Lehrer und Akzeptanz der Programme. Die positive Rückwirkung auf die Erstellung neuer Programme ist unseres Erachtens nicht zu übersehen.

4. Was ist ein gutes Programm?

- Unser Beispiel: Teilchen in Felder vielleicht?  
(siehe Anhang Programm 4)
- Sinnvoller Einsatz; was heißt sinnvoll?
- Wobei Unterricht besser werden sollte; was heißt besser?
- Ein Zehnzeiler, das Einzelprogramm oder das Programmpaket?
- Sollte es Menüstruktur besitzen und Interaktivität zulassen?
- Die Parameterseite sollte Einheit und Dimension einer phys. Größe enthalten; den Wertebereich angeben und vorgelegte Werte besitzen.
- Der Demonstrationslauf sollte anhand wohl ausgesuchter Werte das simulierte phys. Phänomen deutlich demonstrieren und so Vertrauen in das richtige Funktionieren des Programmes erzeugen.
- Beim Lauf mit eigenen Werten sollten die Parameter leicht veränderbar sein und komfortabel grafisch dargestellt werden.
- Sicher bei Fremdbenutzung sein (Programmerläuterungen ähnlich Bedienungsanleitung; Teil 1)
- Standardbefehle, Hilfsleisten enthalten
- Preis (Vergleiche ausländischer Produkte!)
- Die Einbindung in eine mögliche Unterrichtssituation, d. h. Angaben zum Adressat, methodische Vorschläge, relevante Beispiele u.a.m. ist unverzichtbar (schriftliche Handreichungen; Teil 2)
- Didaktische Analyse von Programmen: Die zur Zeit ablaufende Evaluationsbewertung kostet nur zuviel Zeit, wo wir sowieso der Meinung sind, daß 80 % der Programme (fast) nichts taugen. Die Kriterienkataloge sind in der Regel zu lang. Die so gewonnene Erkenntnis mag hilfreich für den Lehrer, Lehrplanmacher, Buchautor sein; auf jeden Fall hilft diese, neue Programme besser zu schreiben oder die alten zu verbessern (siehe auch Dietz, Jodl, In: Log in 5, 1985, S. 15).

5. **Wirksamkeit des neuen Mediums?**

Politiker glauben daran, denn das investierte Geldvolumen in den letzten 5 bis 10 Jahren für die Schulen beläuft sich auf etwa 30 Mill. DM (10.000 Rechner à 3.000,— DM), für die Hochschulen auf 250 Mill. DM (CIP-Projekt). Von der Arbeitszeit der Programmierer, Studenten, Schüler, Lehrer gar nicht zu reden (sicher Faktor 3).

Auf Konferenzen und im Schulalltag wird dies diskutiert: Computer as a teaching tool – Do they Work (AAPT, USA 1987); wird Unterricht besser, werden Schüler nicht nur motiviert. Hilft er dem Lehrer usw.? Es ist sicher noch zu früh, darauf zu antworten; eine kritische Haltung ist angezeigt.

Wie verändern sich Curricula, wie Praktikumlernziele, wie die Physik als erkenntnisgewinnende Methode? Berücksichtigt man die informationstechnische Grundbildung in Sekundarstufe I, die Lehrerfortbildungen zu Themen, die ohne Computer kaum lehrbar waren (Ordnung und Chaos z. B.), die Interfacetechnik u.a.m., so kann man schon nach 10 Jahren Auseinandersetzung mit dem Computereinsatz deutliche positive Veränderungen feststellen. Aus persönlicher Erfahrung warne ich vor Methodenuntersuchung (z. B. Physik-parallel-Klassen, eine mit, die andere ohne Rechneinsatz): entweder ist das Resultat trivial oder man erkennt, daß Lernen doch viel komplexer ist. Andererseits sind qualitative Unterrichtsbeobachtungen absolut nötig: Wie kommt Lehrer mit Fremdprogramm zu Rande, sind die Schüler fernsehmüde etc.

Hemmend für den Computereinsatz im Unterricht und in Vorlesungen wirkt immer noch das Projektionsproblem: Monitore, Videoschiene, Videoprojektion auf Leinwand und Flüssigkristallanzeige auf den Overheadprojektor. Oft scheidet er auch an der Verfügbarkeit der (fahrbaren) Rechneinheit. Zudem ist die ablehnende Einstellung von Lehrern und Professoren mehr als nur ein Generationsproblem.

6. **Grenzen**

Die Rechnerausstattung der Schulen und Universitäten ist langfristig ein Problem: einmalige Firmenschenkungen/Reinvestitionsmittel, Qualitätsverbesserung der hardware/ Amortisationsdauer... .

Obwohl in den USA PC and cognitive science einer der Forschungsschwerpunkte in der Pädagogik und Didaktik ist, bin ich persönlich skeptisch, bedenkt man die Erfolge der Bemühungen aus den 70er Jahren mit Großrechnern, bedenkt man die prinzipielle Komplexität von Lehren und Lernen.

Prüft man kritisch die sogenannten sinnvollen Einsätze des Rechners in Verbindung mit Schul- und Praktikumsversuchen, so zeigt es sich, daß der Rechner nur ganz selten etwas bringt, wie Zeitersparnis, Genauigkeit, tiefere Einsicht, etc.. Zum anderen kann man so indirekt den vielfältigen Einsatz des Rechners kennenlernen, erlernen und einüben.

Ohne den Lehrer geht gar nichts; d. h. er muß vom maßvollen Einsatz überzeugt sein. Das setzt voraus, daß er dafür entsprechend aus- oder weitergebildet ist, daß ihm wohl getestete Programme zur Verfügung stehen, daß ihm hinreichend hardware bei Bedarf zugänglich ist, und daß das Projektionsproblem für die Klasse gelöst ist.

"Drill and practice"-Programme haben meiner Einschätzung nach hier keine Chance, während andere (Bildungs-) Kulturkreise sehr wohl darauf setzen wie die USA.

Über die Akzeptanz an der Hochschule, speziell durch die Physikfachbereiche, zu reden, scheint verfrüht (seit 4 Jahren gibt es das CIP-Programm, seit 10 Jahren Rechner an Gymnasien). Jedoch sehe ich große Hürden für den Einsatz in der Hochschulausbildung, da die Praktika beispielsweise seit Generationen feste Aufbauten – mit großem finanziellen und persönlichen Aufwand erstellt – vorsehen, da der Vorlesungs- und Übungsbetrieb nach ziemlich eingefahrenen Standards abläuft, da die Mehrarbeit für die Implementierung sicher dem Mittelbau aufgehalst wird, der den Aufwand aus verständlichen Gründen scheut und andere Gründe mehr.

Man könnte meinen, die Trendwende ist schon am Horizont zu sehen! An den Schulen heißt es: Mehr Freihandversuche! Rettet die Phänomene! Schluß mit den Computerspielereien! An den Hochschulen gibt es Stimmen, die sagen, der Computer verstelle nur den Blick, physikalisch zu denken oder der Computereinsatz wird schon im Rahmen der Diplomarbeit gelernt werden, etc..

## 7. Aufgaben für die Zukunft

### 7.1. Unterrichtserprobung

Mittlerweile existieren viele Programme, viele methodische Fallbeispiele zum Rechneinsatz, viele Unterrichtsvorschläge in Form von Zeitschriftenartikel. Keine quantitative Methodenuntersuchungen, sondern qualitative Lehrerrückmeldung in größerem Umfang wären nötig: Wie homogen reagiert eine Klasse? Wie verhalten sich Mädchen? Wieviel Mehraufwand hat der Lehrer? Gibt es Sättigungseffekte? ... Nur, die richtigen Fragen stellen, ist schwer.

### 7.2. Lehrerweiterbildung

In allen Bundesländern werden für den interessierten Lehrer ausreichend Kurse angeboten: Vor Ort am Gymnasium, für die Region, für das Land in speziellen Instituten, sowie auf Bundesebene durch Konferenzen. Das Angebot erstreckt sich von Programmierkursen bis hin zu eigenständigem Programmieren sowie Bauen von Billiginterfaces.

### 7.3. Zentralstellen

Von Vorteil ist, daß wir in fast allen Bundesländern sogar auf Bundesebene solche Institutionen besitzen zum Programmaustausch, zur Programmevaluation, zur Dokumentation, etc.. Von Nachteil scheint mir zu sein, daß auch hier die Kulturhoheit voll ausgelebt wird; d. h. möglichst alles selbst in Variante x zum nten mal neu erfinden.

### 7.4. Empfehlungen

System, auf dem teachware erstellt wird, entkoppeln vom Benutzersystem. / Das Drumherum eines Programms durch Module abdecken; Servicesoftware in "tools" zur Verfügung stellen / statt Evaluation alter Programme mit der Erkenntnis, Programme schreiben. Vor allem sollten weitere physikalische Probleme bearbeitet werden, nicht der schiefe Wurf in der n-ten Version.

### 7.5. Umsetzen in Standardliteratur

Die erste Welle – Schreiben vieler Artikel zu Einzelprogrammen – scheint abgeebbt, die zweite Phase – das Verfassen von Programmsammlungen in Buchform – läuft gerade. Auf die dritte Phase – die Integration der Physikprogramme in die Schulbücher – kommt es nun sehr entscheidend an; sie läßt noch auf sich warten. Im Hochschulsektor sind wir meiner Ansicht nach erst am Anfang; allerdings werden diese 3 Schritte schneller durchlaufen werden, weil die internationalen

Kontakte weiter und effektiver sind, und weil die Bereitschaft, vom anderen zu lernen, größer ist.

#### 7.6. Der Rechnereinsatz eine didaktische Herausforderung

Seit langem haben wir wieder die Chance, mit dem Rechnereinsatz nicht nur Methoden und Hilfen für den durchschnittlichen oder schwachen Schüler / Studenten anzubieten, sondern auch durch gezielte Maßnahmen den guten Schüler / Studenten zu fördern und zu fordern (z. B. Miniforschung). Des weiteren tun sich eine Menge Fragen auf, wie z. B., wie verändern sich Praktikumslernziele durch den Rechnereinsatz; wollen wir die Veränderung?

Schlußendlich sollten wir darauf vorbereitet sein, die Gegenbewegung auf die "Third Revolution" abfangen zu können; gerade nach der beispielhaften Computer-Euphorie (seit 1977 etwa).

#### Danksagung:

Ich danke all denen, die mir Material, Daten, Programme, Literatur zur Verfügung stellten.

#### Anhang

#### Vorgeführte Programme

##### *Programm 1*

##### *Das N-Körperproblem*

Autor:

J. Biele, J. Becker, Universität Kaiserslautern

Beispiele:

Planetenbahnen

- Erde als Zentrum
- Sonne als Zentrum

eingeschränktes 3-Körperproblem

Änderung der Wechselwirkung

- Coulomb ~
- Gravitation ~

Fazit:

Beschreibung der Bewegung in verschiedenen Koordinatensystemen

Einsatz:

Schule, Hochschule

##### *Programm 2*

##### *Relativistischer Würfel*

Autor:

R. Sexl, Universität Wien

B. Dietz, Universität Kaiserslautern

(Programm)  
(Super 8  
Film)

Problem:

Erscheinen materielle Objekte gedreht oder verzerrt, wenn sie sich mit  $v \lesssim c$  bewegen?

- Modell: Ein Würfel bewegt sich ähnlich einem Zugwagen an einem ruhenden Beobachter mit verschiedenen Geschwindigkeiten vorbei.
- Beispiele: Mehrere Durchläufe  $v = 0,01 c$  bis hin  $v = 0,99 c$ . Auf dem Bildschirm werden nach einigen 10 Sekunden Rechenzeit die Momentanbilder des Würfels dargestellt. Mit einer Hobby-Kamera wurden diese Einzelbilder abfotografiert, so daß der Film den echten Eindruck einer Bewegung des Würfels vermittelt.
- Fazit: Mehr Physik statt komplizierter Mathematik; Visualisieren; Zeitraffa eines zeitaufwendigen Rechenprogrammes
- Einsatz: Schule, Hochschule

*Programm 3      Abstrahlung elektromagnetischer Wellen*

- Autor: A. Good, University of California
- Beispiele: — momentanes / zeitlich sich entwickelndes meridionales Schnittbild des elektrischen Feldes um einen Dipol
- Feld einer bewegten Ladung  
(proportional  $v$ , Coulombterm)  
(proportional  $v$ , Strahlungsterm)
- Fazit: Komplexe Formeln mit "Fleisch" füllen, Anschauung erhöhen; steigender Schwierigkeitsgrad mit unterschiedlichem Abstraktionsniveau beim Übergang vom Hertz'schen Dipol zum bewegten Elektron
- Einsatz: Hochschule

*Programm 4      Teilchen in Feldern*

- Autor: U. Sader, Universität Kaiserslautern
- Beispiele: — Teilchenwahl und Anfangsbedingungen  
— homogenes E- oder B-Feld  
— Feldkombinationen
- Anwendungen: — Filterexperimente  
(Massenspektrograph)  
— Beschleuniger  
(Zyklotron)
- Fazit: Damit soll die von uns propagierte Programmstruktur und der Gedanke des Programmpaketes deutlich werden. Es soll Elemente eines guten Programmes zeigen.
- Einsatz: Schule, Hochschule

- Programm 5*                      *Simulation einer optischen Bank*
- Autor:                              C. Greus und A. Schuck, Universität Kaiserslautern
- Modell:                              Matrixmethode nach Hecht/Zajek (geom. Optik)
- Beispiele:                          Opt. Komponenten wie Linsen, Spiegel, Platten, etc. ... lassen sich zu sehr komplexen Systemen zusammensetzen. Der Strahlengang wird sichtbar und ist leicht veränderbar. Anwendungen: Fernrohre, Mikroskop, Laserresonatoren, Mehrlinsensysteme, usw..
- Fazit:                                Realexperiment contra Simulation oder begleitend / Praktikums-  
lernziele sind neu zu diskutieren.
- 
- Programm 6*                      *Wellenpaket*
- Autor:                              F. Speckert, Universität Kaiserslautern
- Modell:                              Lösung der eindimensionalen, zeitabhängigen Schrödinger-Gleichung
- Beispiel:                            Im ersten Beispiel läuft ein freies Teilchen (Wellenpaket) auf ein Potentialhindernis zu, wird reflektiert und durchgelassen; der Tunneleffekt. Im zweiten kann das zeitliche Verhalten eines Wellenpaketes in einem Rechteckpotentialtopf studiert werden. Im letzten Beispiel werden Tunnelmoden demonstriert, wenn z. B. das N-Atom im NH<sub>3</sub>-Molekül durch die Ebene der 3 H-Atome schwingt.
- Fazit:                                Damit können quantenmechanische Standard-Lehrbuchbeispiele eindrucksvoll demonstriert werden. Gute Studenten können ihre eigene Forschung betreiben, indem sie neue Systeme modellieren, nicht Standardfälle diskutieren, an die Grenzen der Parameterbereiche gehen, etc.
- Einsatz:                              Hochschule
- 
- Programm 7*                      *Wasserstoffwellenfunktion*
- Autor:                              A. Grammel, M. Rubly, Universität Kaiserslautern
- Modell:                              – Lösung der stationären Schrödinger Gleichung  
– Ausnützen von Symmetrien beim Zeichnen
- Beispiele:                            – Darstellung von  $|r R(r)|^2$   
– 2dim. Darstellung von  $|\Psi|^2$   
– 3dim. Darstellung von  $|\Psi|^2$   
  (perspektivisch über Kernebene)  
– Berechnung von  $\Psi_{nlm}$   
  für beliebige Quantenzahlen ( $n < 50$ )

Fazit:                   – Visualisieren abstrakter Formeln  
                          – Diskussion der Symmetrien von Formel und Bild  
                          – Erweiterung zu chem. Bindung

Einsatz:                Schule, Hochschule