

ARBEITSKREIS BAYERISCHER PHYSIKDIDAKTIKER

BEITRAG AUS DER REIHE:

Werner B. Schneider (Hrsg.)

Wege in der Physikdidaktik

Band 4

ISBN 3 - 7896 - 0588 - 9

Verlag Palm & Enke, Erlangen und Jena 1998

Anmerkung:

Die Bände 1 bis 5 sind (Ausnahme Band 5) im Buchhandel vergriffen.
Die einzelnen Beiträge stehen jedoch auf der Homepage

<http://www.solstice.de>

zum freien Herunterladen zur Verfügung.

Das Copyright liegt bei den Autoren und Herausgebern.

Zum privaten Gebrauch dürfen die Beiträge unter Angabe der Quelle
genutzt werden. Auf der Homepage

www.solstice.de

werden noch weitere Materialien zur Verfügung gestellt.

M. Rojko

Mechanisch erzeugte Lissajous-Figuren mit Zeitmarkierung

Die Überlagerung von zwei zueinander senkrecht verlaufenden Schwingungen führt bei einem rationalen Frequenzverhältnis wieder zu einer periodischen Bewegung. Als Trajektorien (Ortskurven) entstehen die sogenannten Lissajous-Figuren. Üblicherweise werden Experimente hierzu mit Wechselspannungen bei passend eingestelltem Frequenzverhältnis auf dem Oszilloskop durchgeführt und ausgewertet. Für Ausbildungszwecke ist es von Interesse, diese Experimente auch im Fall von mechanischen Schwingungen durchzuführen. Im Folgenden wird hierzu eine von uns entwickelte Meßanordnung vorgestellt, mit der mechanische Schwingungen überlagert und deren Überlagerung geeignet aufgezeichnet werden können.

1 Registriermethode

Die Registrierung von Pendelbewegungen läßt sich auf unterschiedliche Weise durchführen: mit auslaufendem Sand, mit einem Bleistift, der im Pendelkörper befestigt ist und der die Spuren auf Papier aufzeichnet, mit Photopapier, das von einer im Pendelkörper befestigten Lampe belichtet wird, mit einem Lichtzeiger und Spiegeln oder einem Oszilloskop, für das die Wandlung der Pendelbewegung in eine elektrische Spannung über einen geeigneten Wandler (wie z.B. Wasserpotentiometer, Drehpotentiometer, Tachogenerator) erforderlich ist. All diese Aufzeichnungsverfahren registrieren nur den Ort des Gegenstands bei der Bewegung, aber nicht den Zeitpunkt, zu dem der Gegenstand sich an dem jeweiligen Ort befunden hat. Die so erhaltene Trajektorie gibt daher keine Auskunft über den zeitlichen Verlauf der Bewegung.

In der Literatur findet man nur wenige Beschreibungen von Aufzeichnungsverfahren, die neben der Ortsinformation auch noch die Zeitinformation liefern. Als Beispiel sei das von H. Brockmeyer beschriebene Verfahren erwähnt [1]. Wir verwenden ein Wasserpotentiometer als Weg-Spannungs-Wandler und anschließend ein Computermeßsystem, das mit einer zeitlich konstanten Rate die anliegende Spannung abtastet. Bei uns kommen die in Tschechien weit verbreiteten Systeme ISES oder FAMULUS [2], [3] zur Anwendung; auch andere Systeme sind einsetzbar, sie müssen nur zwei getrennte Eingänge zur Spannungsmessung besitzen und über eine frei einstellbare Abtastrate (Samplingrate) beim Wandeln verfügen.

2 Kreuzpendel zur Überlagerung von Pendelschwingungen

Die Überlagerung zweier Pendelbewegungen läßt sich mit der in Abb. 1 dargestellten Anordnung einfach erreichen. Sie ist nicht kompliziert und kann ge-

benenfalls - auch durch einen geschickten Schüler z.B. im Rahmen einer Facharbeit - selber gebaut werden.

Anhand der Abbildung 1 erkennt man das Prinzip des Kreuzpendels. Der untere Pendelkörper ist über ein breites, dünnes Federblech aus Bronze an einem Rahmen befestigt, der wiederum über ein breites Federblech an einem Halter fixiert ist. Beide Federbleche stehen senkrecht zueinander. Sie dienen als Gelenk und bestimmen die Schwingungsrichtung des jeweiligen Pendels. Der obere Rahmen dient als erstes Pendel, die untere Stange mit der verschiebbaren Masse als zweites Pendel. Die effektive Pendellänge des ersten Pendels ist über die Drehachsenbefestigung, die des zweiten durch die Stellung der Masse veränderbar.

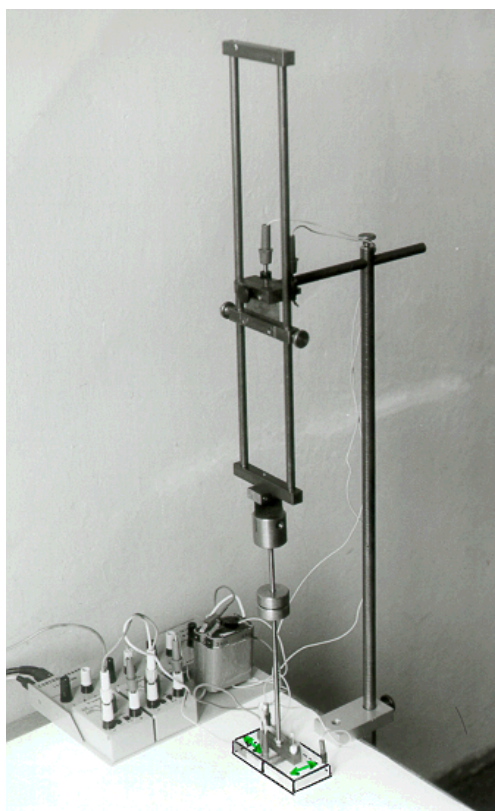


Abb. 1: Fotografie des Kreuzpendels zur Registrierung von mechanischen Lissajou-Figuren. Die Pfeile in den beiden elektrolytischen Trögen zeigen die Feldrichtung an.

Zur Registrierung der Bewegung ist am unteren Ende des zweiten Pendels ein Halter mit zwei Meßspitzen angebracht, die in zwei voneinander getrennte elektrolytische Tröge eintauchen. Die Elektroden der Tröge sind so angebracht, daß die Feldrichtung in dem einen Trog parallel zu dem einen Federblech und die im zweiten Trog parallel zu dem anderen Federblech stehen. Die Meßspitzen stellen dann die "Schleifer" je eines Wasserpotentiometers dar. Schwingt die Spitze senkrecht zur Feldrichtung, so erhält man eine konstante Spannung, schwingt sie in der Feldrichtung, so hängt die Spannung vom Ort ab. Die Potentiometer-Spannung am einen Trog ist damit ein Maß für die Auslenkung des ersten Pendels (x-Richtung), die am anderen Trog für die Auslenkung des zweiten Pendels (y-Richtung). Als Spannungsquelle für die beiden Wasserpotentiometer dient eine 4,5-Volt-Batterie.

Die den beiden Pendelbewegungen zugeordneten Spannungen $U(x(t))$ bzw. $U(y(t))$ werden über das Meßwerterfassungssystem in digitale Werte gewandelt, mit dem Computer aufgezeichnet, digital gespeichert und weiterverarbeitet, so daß der Verlauf der Spannungen $U(x(t))$ und $U(y(t))$ für verschiedene Abtastraten auf dem Bildschirm dargestellt werden kann. Durch eine entsprechende Kalibrierung ist jedem Spannungswert ein entsprechender Ortswert zugeordnet.

3 Auswertung

Als ein Beispiel für eine Registrierung ist in Abb. 2 der zeitliche Verlauf der Pendelbewegungen $x(t)$ und $y(t)$ dargestellt. Hieraus läßt sich die Ortskurve (Lissajou-Figur) berechnen. Sie ist in Abb. 3 für die Abtastrate 10Hz dargestellt, wobei der zeitliche Verlauf der Bewegung über den Abstand der Punkte noch erkennbar ist. Weiterhin gestattet der Computer den Vergleich mit den jeweils theoretisch erwarteten Werten. In Abb. 2 ist dazu die Anpassung einer Sinuskurve an die Meßwerte gezeigt.

Schließlich lassen sich aus den $x(t)$ - und $y(t)$ -Werten noch andere interessante

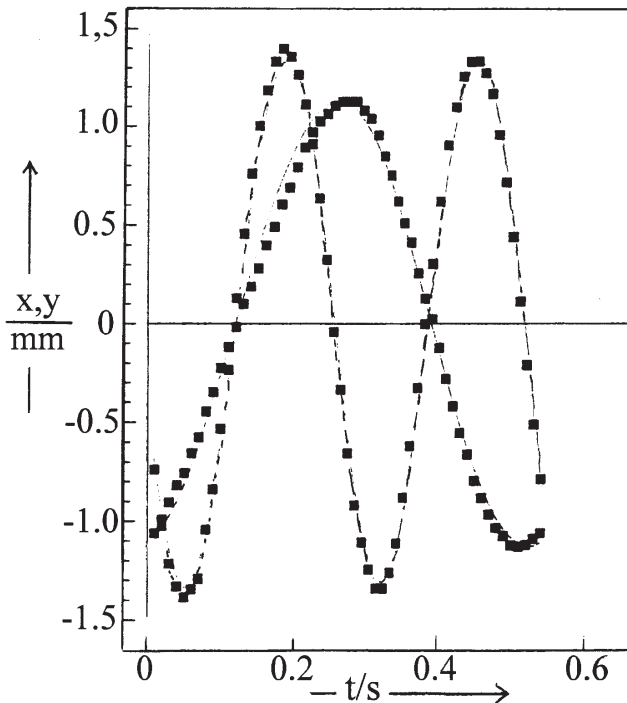


Abb. 2: Die Auslenkung $x(t)$ und $y(t)$ der beiden Pendelbewegungen als Funktion der Zeit

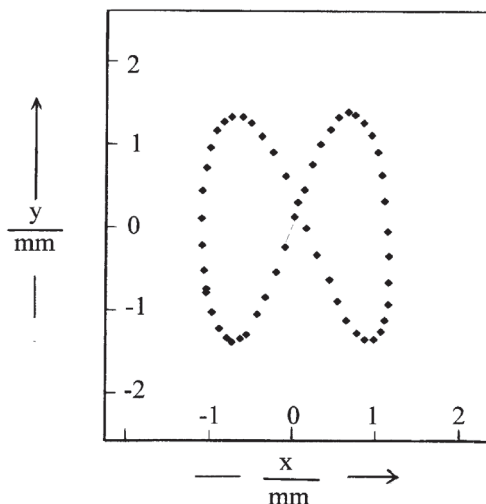


Abb. 3: Aus den Daten in Abb. 2 berechnete Lissajou-Figur (die Punkte zeigen die Zeitmarkierungen an)

Die vorgestellte Pendelanordnung ist, zusammen mit einem Computermeßwert-erfassungssystem, gut geeignet, die Überlagerung der Bewegung zweier senkrecht zueinander schwingenden Pendel experimentell zu erarbeiten und mit theoretischen Modellen zu vergleichen. Man kann sowohl die Ortskurve (Lissajou-Figur) als auch den zeitlichen Verlauf der Überlagerung darstellen und für verschiedene Bedingungen untersuchen.

Wir verwenden diese Anordnung sowohl im Rahmen der Lehrerausbildung als auch im Oberstufenphysikunterricht. Sie könnte auch ein Thema für eine Facharbeit sein.

4 Literatur:

- [1] H. Brockmeyer: "Zeitbelegung bei Bahnkurven durch Helligkeitssteuerung", Praxis der Naturwissenschaften - Physik 17 (1968) S. 23-24
- [2] Lustig, F., Lustigová, Z., Vlášek, P.: "ISES Intelligent School Experimental System manual", Praha 1992
- [3] Dvorák, L., et all. : "FAMULUS 3.5 (manual)", Praha, Comp. Equipment, Famulus Etc. 1992
- [4] Rogers, C.R., Eliot-Kemp : "The effektive teacher: A person centred development Guide", Pavic Publications, Sheffield 1982

Größen für die Bewegung des Pendels berechnen und wie in einem Film auf dem Bildschirm darstellen. Es sind dies der Geschwindigkeitsvektor v , die Tangential- und Normalbeschleunigung a_n und a_p , die Änderungen der Trajektorienkrümmung R und die Lage der Mittelpunkte des Berührungskreises, die in Abb. 4 zusammengestellt sind. In Abb. 5 ist ferner der zeitliche Verlauf der beiden Beschleunigungskomponenten dargestellt.

Insgesamt gestattet die Vielfalt der Auswertungsmöglichkeiten einen vertieften Einblick in die Kinematik der Überlagerung von Pendelbewegungen.

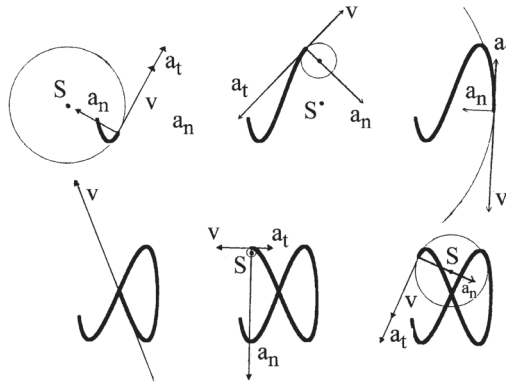


Abb. 4: Berechneter Verlauf für den Geschwindigkeitsvektor v , die Tangential- und Normalbeschleunigung a_t und a_n , die Bahnkrümmung und die Lage des Krümmungsmittelpunktes S für sechs Punkte einer Lissajou-Figur (die zugehörigen Werte sind in Tab. 1 angegeben).

t in s	0,069	0,163	0,261	0,375	0,441	0,466
v in m/s	0,214	0,148	0,292	0,344	0,101	0,191
a_t in m/s^2	5,596	5,548	2,879	0,052	1,733	5,333
a_n in m/s^2	2,808	4,573	1,735	0,108	7,399	3,523
R in m	0,016	0,005	0,049	1,093	0,001	0,011

Tabelle 1: Numerische Werte für die Darstellung der relevanten Bewegungsgrößen in Abb. 4

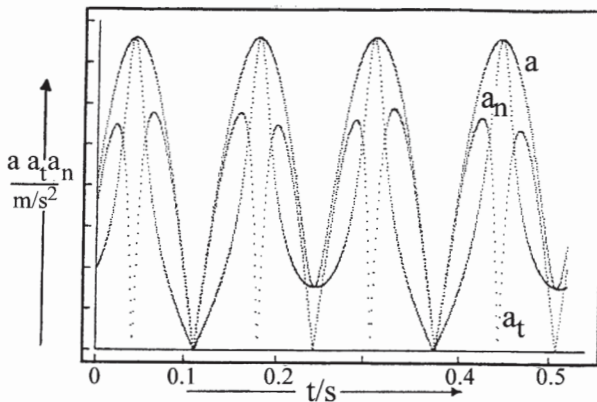


Abb. 5: Zeitlicher Verlauf der Gesamtbeschleunigung a , der Beschleunigung in normaler und tangentialer Richtung a_n und a_t .