

Werner B. Schneider/Dietrich Seyboth

## Zur Entladung eines Kondensators über eine Glimmlampe

Es wird die Entladung eines Kondensators über eine Glimmlampe experimentell und rechnerisch untersucht. Dabei zeigt sich, daß die Kondensatorspannung exponentiell gegen die Löschspannung der Glimmlampe abfällt und nicht gegen die Spannung Null, wie man oft in Lehrbüchern dargestellt findet. Die Dauer der Entladung über die Glimmlampe ist nicht vorausberechenbar, da sie durch zufallsbedingte Faktoren bei der Herstellung der Glimmlampe mitbestimmt wird. Stellt man das Problem als Übungsaufgabe, so beobachtet man in den Bearbeitungen oft den gleichen, bereits oben genannten Fehler. Einige mögliche Ursachen für das Auftreten dieses Fehlers werden diskutiert.

### 1. Einleitung

Die Entladung eines Kondensators über eine Glimmlampe wird in Lehrbüchern im Zusammenhang mit der Erzeugung von elektrischen Kippschwingungen behandelt (z.B. [1]–[4]). Ferner stellt dieses Problem eine beliebte Übungsaufgabe dar [5]. Die dabei hergeleitete Formel zur Berechnung der Zeitdauer  $t_e$  zwischen Beginn und Löschen der Entladung bzw. der skizzierte, zeitliche Verlauf für die Kondensatorspannung sind oft falsch angegeben oder  $t_e$  wird bei der Berechnung der Periodendauer der Kippschwingung vernachlässigt. Im Folgenden wird der Vorgang experimentell untersucht und rechnerisch behandelt. Zusätzlich wird versucht, die Gründe für die falsche Behandlung näher zu ergünden.

### 2. Experimentelle Untersuchung

Zur Untersuchung der Entladung eines Kondensators über eine Glimmlampe verwendeten wir die in Abbildung 1 skizzierte Schaltung. Mit einem XY-Schreiber mit eingebauter Zeitbasis wurde der Spannungsverlauf am Kondensator  $U_C(t)$ , der Spannungsverlauf am Widerstand  $U_R(t)$  als Maß für den Stromverlauf durch die Glimmlampe und der Spannungsverlauf an der Glimmlampe  $U_{G_l}(t)$  aufgezeichnet. Der Innenwiderstand des Schrei-

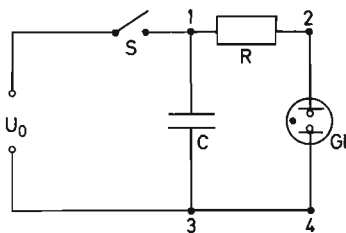


Abb. 1 Schaltung zur Aufzeichnung des Spannungsverlaufs am Kondensator  $U_C(t)$  (zwischen Punkt 1 und 2), am Widerstand  $U_R(t)$  als Maß für den Entladestrom und an der Glimmlampe  $U_{G_l}(t)$  (zwischen Punkt 4 und 2). Aus meßtechnischen Gründen wurde zur  $U_R(t)$ -Messung der Widerstand zwischen die Meßpunkte 3 und 4 geschaltet, was das Ergebnis der Messung nicht beeinflusst. Durch das Öffnen des Schalters S wurde die Messung jeweils gestartet.  $U_0$ : Betriebsspannung.

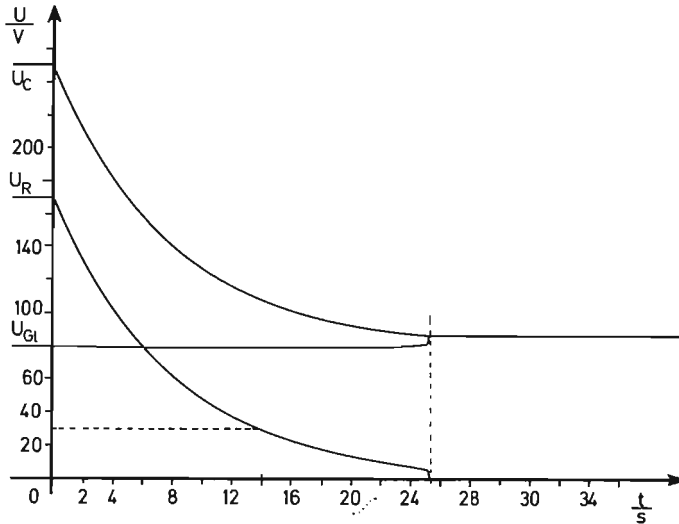


Abb. 2 Meßbeispiel für den zeitlichen Verlauf der Spannung am Kondensator  $U_C$ , am Widerstand  $U_R$  und an der Glimmlampe  $U_{GI}$  für eine Soffittenglimmlampe ohne eingebauten Vorwiderstand ( $R = 220 \text{ k}\Omega$ ,  $C = 40 \text{ }\mu\text{F}$ ,  $U_C(0) = 250 \text{ V}$ ) gemäß der Schaltung in Abbildung 1. Die Spannungen wurden mit Hilfe eines XY-Schreibers mit eingebauter Zeitbasis nacheinander in das gleiche Diagramm geschrieben. Der Eingangswiderstand des Schreibers ist größer als  $10 \text{ M}\Omega$ . Für  $U_R > 31 \text{ V}$  (d.h.  $I_{GI} > 0,14 \text{ mA} = I_{Grenz}$ ) ist der Innenwiderstand der Glimmlampe konstant.

bereingangswiderstand war größer als  $10 \text{ M}\Omega$ , so daß die Messung z.B. von  $U_{GI}$  nicht merkbar beeinflusst wurde. Als Glimmlampe verwendeten wir eine übliche Soffittenglimmlampe ohne eingebauten Vorwiderstand. Zunächst wurde über den geschlossenen Schalter S die Betriebsspannung an den Kondensator gelegt. Zur Zeit  $t = 0$  wurde S geöffnet und der Spannungsverlauf  $U_R(t)$ ,  $U_C(t)$  und  $U_{GI}(t)$  nacheinander in das gleiche Diagramm geschrieben. In Abbildung 2 ist als Beispiel ( $R = 220 \text{ k}\Omega$ ,  $C = 40 \text{ }\mu\text{F}$ ) eine Messung wiedergegeben. Typisch ist der praktisch konstante Verlauf für  $U_{GI}(t)$  und das exponentielle Abklingen für  $U_R(t)$  und  $U_C(t)$ . Bemerkenswert ist allerdings die Besonderheit, daß  $U_C$  nicht gegen  $U_C = 0$  abklingt sondern gegen eine Spannung  $U_L$ , die angenähert die Lösspannung der Glimmlampe darstellt (siehe Abb. 3). Dieses Verhalten wird in den angegebenen Veröffentlichungen nicht beachtet. Dort wird davon ausgegangen, daß  $U_C$  gegen Null verläuft.

Der Anstieg von  $U_{GI}$  kurz vor dem Verlöschen ist auf das Anwachsen des Innenwiderstandes der Gasentladung zurückzuführen und folgt aus dem gemessenen Strom-Spannungsdiagramm der verwendeten Glimmlampe, das in Abbildung 3 angegeben ist. Dieses Diagramm zeigt ferner, daß für  $I_{GI} > 0,14 \text{ mA} = I_{Grenz}$  der differentielle Innenwiderstand der Glimmlampe  $R_i$  ( $R_i \approx 3 \text{ k}\Omega$ ) gegenüber dem gewählten Außenwiderstand  $R = 220 \text{ k}\Omega$  vernachlässigbar ist.

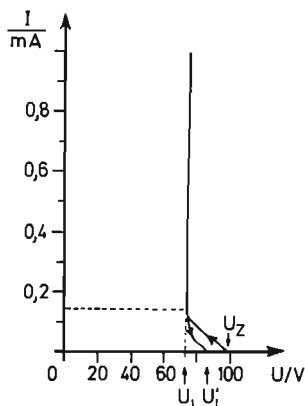


Abb. 3 Strom-Spannungskennlinie für die in Abbildung 2 benutzte Soffittenglimmlampe. Die Kennlinie wurde mit dem XY-Schreiber in üblicher Weise aufgezeichnet. Es wurde eine Dreiecksspannung mit der Amplitude 300 V und der Periodendauer 150 s zur Registrierung benutzt.  $U_Z$ : Zündspannung;  $U'_L$ : wahre Löschspannung;  $U_L$ : angenäherte Löschspannung, die sich bei einem konstanten differentiellen Innenwiderstand  $R_i$  (gestrichelt fortgesetzte Kennlinie) ergeben würde. Für Glimmlampenströme größer als  $I_{\text{Grenz}} = 14 \text{ mA}$  verläuft die Kennlinie annähernd geradlinig. Die Pfeile geben den Durchlaufssinn der Registrierung an.

### 3. Rechnerische Analyse

Die rechnerische Analyse wird nur für die in Abbildung 3 gestrichelt eingezeichnete Kennlinie durchgeführt. Diese Näherung setzt voraus, daß der Innenwiderstand bis zum Erlöschen der Entladung konstant bleibt. Für die Spannung an der Glimmlampe  $U_{G1}$  gilt:

$$U_{G1} = U_L + R_i \cdot I. \quad (1)$$

Der Strom durch die Glimmlampe ist:

$$I = \frac{U_C - U_{G1}}{R}, \quad (2)$$

d.h. mit  $R_i \ll R$  folgt aus Gleichung (1) und (Gleichung (2)):

$$I = \frac{U_C - U_L}{R}. \quad (3)$$

Mit  $Q_C = C U_C$ ,  $dQ_C = -I dt$  und durch das Einsetzen von Gleichung (3) ergibt sich die Differentialgleichung:

$$\dot{U}_C = -\frac{1}{RC} (U_C - U_L). \quad (4)$$

Mit der Anfangsbedingung  $U_C = U_0$  für  $t = 0$  erhält man die Lösung:

$$U_C = (U_0 - U_L) e^{-\frac{t}{RC}} + U_L. \quad (5)$$

Diese Gleichung gilt nur für Glimmlampenströme größer als  $I_{\text{grenz}} = 0,14 \text{ mA}$ . Sie beschreibt die gemessene Entladungskurve  $U_C(t)$  in Abbildung 2 mit den angegebenen  $U_0$ ,  $R$ ,  $C$ , und  $I_{\text{grenz}}$  Werten daher nur bis ca.  $t = 14 \text{ s}$  (S. Abb. 2), wie auch durch ein Anpassungsprogramm überprüft wurde. Für größere Zeiten macht sich wesentlich die Abweichung der Glimmlampenkennlinie von dem für die Rechnung näherungsweise angenommenen Verlauf (Abb. 3) bemerkbar.

Mit Gleichung (5) ist daher wegen ihres begrenzten Gültigkeitsbereichs die Zeitdauer  $t_e$  bis zum Erlöschen der Glimmlampe nicht berechenbar. Die Gleichung würde eine unendlich große Zeit bis zum Erreichen von  $U_L$  ergeben, was natürlich der Erfahrung widerspricht. Der Verlauf der Kondensatorspannung  $U_C(t)$  mit dem charakteristischen Merkmal, daß  $U_C(t)$  gegen eine feste Spannung, der angenäherten Löschspannung verläuft, wird richtig wiedergegeben.

Die interessierende Zeitdauer  $t_e$  bis zum Erlöschen der Glimmentladung ist prinzipiell nicht ohne weiteres vorausberechenbar, da sie wesentlich von der Änderung des Innenwiderstandes kurz vor dem Erlöschen abhängt. Dieses Verhalten wird durch die Bauart der Glimmlampe mitbestimmt. Selbst das Umpolen der Glimmlampe kann schon zu einem anderen Verhalten des Innenwiderstandes führen und die Zeit bis zum Erlöschen der Entladung verändern. Als Beleg dazu sind in Abbildung 4 zwei Meßbeispiele gezeigt. Beide Beispiele wurden wie die Messung in Abbildung 2 erhalten – hier jedoch mit einer „Dreiecksglimmlampe“. Abbildung 4 zeigt die nach dem Umpolen der Glimmlampe erhaltenen Meßkurven mit einer anderen Entladezeit  $t_e$  als in Abbildung 4a.

Die in Abbildung 4a ferner zu beobachtenden Schwankungen der  $U_{G1}(t)$ -Kurve zeigen spontane Innenwiderstandsänderungen an, die sich nach außen durch eine Änderung des Brennzustandes der Entladung bemerkbar machen. Wir stellten ferner fest, daß von außen

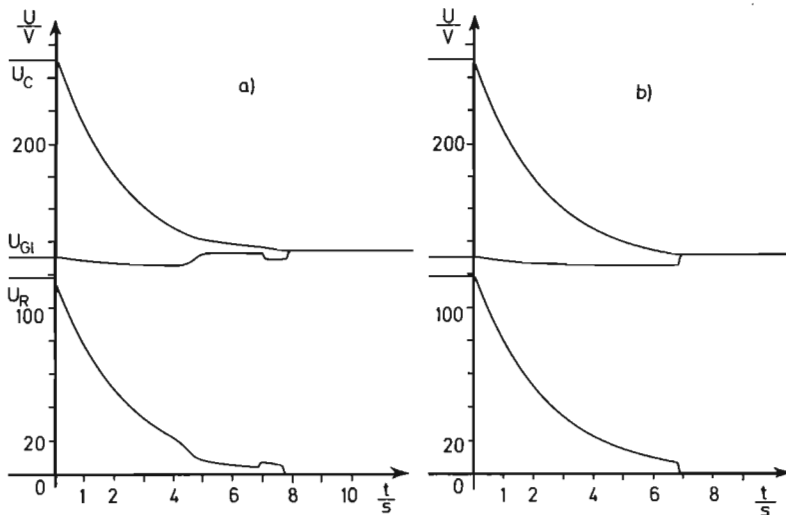


Abb. 4 Meßbeispiel für den zeitlichen Verlauf der Spannungen  $U_C$ ,  $U_R$  und  $U_{G1}$  für eine „Dreiecksglimmlampe“ (d.h. eine Glimmlampe mit zwei dreiecksförmigen Elektroden) mit eingebautem Vorwiderstand ( $R = 220 \text{ k}\Omega$ ,  $C = 10 \text{ }\mu\text{F}$ ,  $U_C(0) = 250 \text{ V}$ ). Abbildung 4b wurde nach dem Umpolen der Glimmlampe aufgezeichnet.

einfallendes Licht – vermutlich aufgrund des Photoeffekts – den Verlauf der Glimmlampenkennlinie kurz vor dem Verlöschen beeinflussen und damit wieder die Entladezeit verändern kann. Die Untersuchung hat somit zusammenfassend ergeben, daß bis kurz vor dem Erlöschen der Glimmlampe die gemessene Entladungskurve  $U_C(t)$  durch Gleichung (5) beschrieben wird. Die Entladezeit  $t_e$  läßt sich nicht berechnen, sie muß experimentell für jede Glimmlampe gesondert bestimmt werden.

#### 4. Die Entladung eines Kondensators über eine Glimmlampe als Übungsaufgabe

Unsere Erfahrungen beruhen auf der Analyse der Bearbeitungen der Übungsaufgabe „Entladung eines Kondensators über eine Glimmlampe“, die Studenten höherer Semester gestellt worden war. Hierbei beobachteten wir, daß in den meisten Fällen die Lösung durch das Zerlegen des Problems in folgende drei Schritte durchgeführt wurde:

1. Behandlung der Entladung eines Kondensators über einen Widerstand
2. Diskussion der Glimmlampenkennlinie mit der Angabe von  $U_Z$  und  $U_L$
3. Synthese der Schritte 1 und 2 mit der Berechnung der Entladezeit.

Auffallend war, daß praktisch in allen Fällen die Schritte 1 und 2 richtig behandelt wurden, daß aber die Synthese und die Berechnung der Entladezeit falsch durchgeführt wurden. Zur vermeintlichen Unterstützung des Lösungswegs wurde in vielen Fällen die in Abbildung 5 gezeigte Skizze angegeben, in der die Entladekurve aus dem 1. Schritt durch einfaches „Addieren“ der Ergebnisse des 2. Schrittes modifiziert worden ist. Als „Entladezeit“ wird hier die Zeit definiert, die von  $t = 0$  bis zum Erreichen der Löschspannung verstreicht. Die Skizze verführt natürlich zum falschen Lösungsweg. Bemerkenswert ist, daß auf den „Knick“ in der modifizierten Entladekurve in Abbildung 5 nicht eingegangen wird, obwohl eine Unstetigkeit dieser Art bei physikalischen Vorgängen als unge-

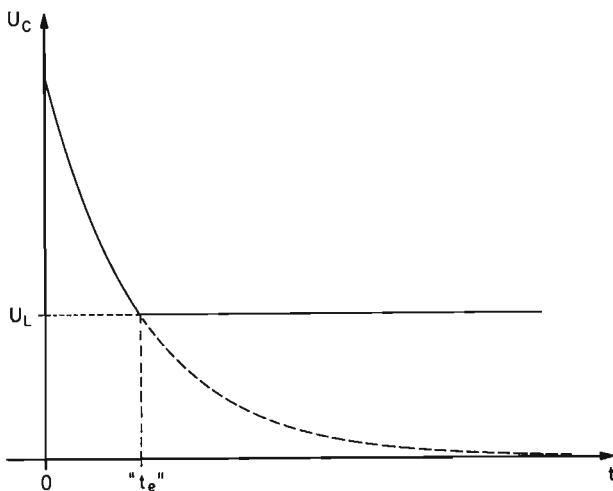


Abb. 5 Typische Skizze, wie sie zur Unterstützung der Lösung des Problems „Entladung eines Kondensators über eine Glimmlampe“ häufig von den Aufgabenlösern angegeben wurde. Diese Skizze suggeriert die falsche Lösung. „ $t_e$ “ bezeichnet die falsche Entladezeit.

wöhnliches Verhalten auffallen sollte. In den erwähnten Lehrbüchern erfolgt die Behandlung des Problems in ähnlicher Weise. Aus der Sicht des „Problemlösens“ handelt es sich hier um ein interessantes Phänomen, da immer wieder der gleiche Fehler zu beobachten ist. Folgt man den Vorschlägen von Reif [6], so wurde beim Lösen durch das Zerlegen in Teilschritte der richtige Weg begangen. Auch das Basiswissen zum Bearbeiten der Teilschritte war vorhanden. Offensichtlich wurde jedoch bei der Synthese der Teilschritte nicht beachtet, daß sich die Teilergebnisse bei der Synthese wechselseitig beeinflussen können. Die Ursache hierfür könnte im obigen Fall daran liegen, daß in Übungsaufgaben üblicherweise das Problem die Entladung eines Kondensators über einen Widerstand gegen die Spannung Null geübt wird. Ersetzte man z.B. die Glimmlampe in Abbildung 1 durch eine Batterie, so trat nämlich der beobachtete Fehler praktisch nicht auf. Dies könnte auch andeuten, daß die spannungstabilisierende Eigenschaft der Glimmlampe nicht genügend beachtet wird. Vielleicht ist auch die gewählte Zerlegungsstrategie für den Fehler verantwortlich. Sie suggeriert praktisch das Aneinanderreihen der Teilergebnisse ohne auf die wechselseitige Beeinflussung zu achten.

## 5. Zusammenfassung

Es wurde die Entladung eines Kondensators über eine Glimmlampe experimentell und rechnerisch untersucht. Dabei zeigt sich, daß die Kondensatorspannung exponentiell gegen die Löschspannung der Glimmlampe abfällt und nicht gegen die Spannung Null, wie es in Lehrbüchern oft dargestellt wird.

Die Untersuchung ergab auch, daß die Zeit vom Starten bis zum Erlöschen der Glimmlampentladung nicht vorausberechnet werden kann, da diese Zeit u.a. durch zufallsbedingte Herstellungsfaktoren bestimmt ist. Sie läßt sich daher nur experimentell bestimmen.

Es zeigte sich ferner, daß, wenn man die Behandlung der Entladung eines Kondensators über eine Glimmlampe als Übungsaufgabe stellt, in den Bearbeitungen immer wieder der gleiche Fehler auftrat, wie er bereits in den zitierten Lehrbüchern festzustellen ist. Die Analyse der Lösungen ergab, daß die Aufgabe in vernünftigerweise erscheinende Teilprobleme zerlegt wurde, die richtig bearbeitet wurden, daß aber bei der Synthese der Teillösungen die wechselseitige Beeinflussung der Teilaufgaben nicht beachtet wurde.

(Anschrift der Verfasser: W.B. Schneider, D. Seyboth, Physikalisches Institut der Universität Erlangen–Nürnberg, Glückstraße 6, 8520 Erlangen)

Eingangsdatum: 22.9.1983

## Literatur

- [1] Berkley Kurs, Band 6, Braunschweig: Vieweg, 1980
- [2] Friedrich, A.: Handbuch der experimentellen Schulphysik Band 7, Köln: Aulis 1963
- [3] Seus, E.: PdN-Ph; (1961) S. 127–131
- [4] May, K.: Elektrik III, Göttingen: Industrieverlag, 1964
- [5] Fleischmann, R., Loos, G.: Übungsaufgaben zur Experimentalphysik, Weinheim: Physik Verlag, 1978
- [6] Reif, F.: PU 17/1, (1983) S. 51–66.