

Werner B. Schneider

## Eine einfache, experimentelle Anordnung zum Nachweis des optischen Dopplereffektes

Mit Hilfe eines Lasers und eines längs der Laserachse bewegten Spiegels, der während der Bewegung den Laserstrahl in sich zurückreflektiert, läßt sich der optische Dopplereffekt nachweisen. Hierzu dient die bei der Überlagerung des direkten und dopplerverschobenen Laserlichts auftretende Schwebungsfrequenz. Der besondere Reiz des Verfahrens besteht darin, daß bei Spiegelgeschwindigkeiten von einigen mm/s diese Frequenz im kHz-Bereich liegt und damit auch akustisch nachgewiesen werden kann. Die beschriebene Anordnung wurde so konzipiert, daß sie mit Geräten einer Schulphysiksammlung zu verwirklichen ist und auch quantitative Untersuchungen zuläßt. Es genügt hierzu, die Spiegeljustierung auf einer Strecke von einigen Millimetern konstant zu halten. Die Anordnung eignet sich u.a. zur Untersuchung einer zeitlichen optischen Weglängenänderung oder zur Erläuterung der Laser-Doppler-Anemometrie.

### 1. Einleitung

Mit Hilfe eines Lasers ist es möglich mit relativ einfachem, schulischem Experimentiergerät den Dopplereffekt auch am Licht nachzuweisen. Das dazu im folgenden beschriebene Verfahren bietet darüber hinaus eine Reihe interessanter Anwendungsmöglichkeiten. Die Idee des Experiments [1] besteht darin, über einen längs der optischen Achse des Lasers bewegten, externen dritten Spiegel das vom Laser emittierte Licht wieder in den Resonator zurückzereflektieren, wie in Abbildung 1 schematisch dargestellt ist. Das reflektierte Licht ist dann aufgrund des Dopplereffekts gegenüber dem Laserlicht frequenzverschoben. Für die Frequenzverschiebung  $\Delta\nu$  gilt nach den bekannten Beziehungen über den Dopplereffekt

$$\Delta\nu = \frac{2\nu_0}{\frac{c}{v} - 1} \approx \frac{2\nu_0 v}{c} \quad (1) \quad v \ll c$$

( $\nu_0$ : Frequenz des Laserlichts;  $v$ : Geschwindigkeit des Spiegels;  $c$ : Lichtgeschwindigkeit; Anmerkung: der Faktor 2 tritt auf, da der Spiegel zugleich als bewegter Empfänger und Sender wirkt. Der Dopplereffekt ist daher bei der Ableitung von Gl. (1) zweimal zu berücksichtigen.)

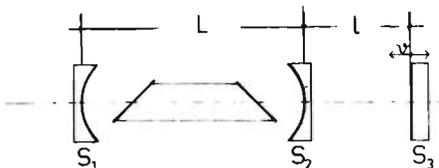


Abb. 1 Schematische Darstellung der Idee des Experiments.  $S_1, S_2$ : Laserresonatorspiegel;  $S_3$  längs der optischen Achse mit der Geschwindigkeit  $v$  bewegter Spiegel (Spiegelnormale in Richtung der optischen Achse);  $L$ : Länge des Laserresonators;  $l$ : Abstand der Spiegel  $S_2$  und  $S_3$ .  $S_1$  und  $S_2$  bilden den Laserresonator,  $S_1$  und  $S_3$  den externen Resonator.

Aufgrund der Kohärenz des Laserlichts kommt es zur Überlagerung des emittierten und reflektierten Laserlichts. Dabei entsteht eine Schwebung der Frequenz  $\Delta\nu$ , die sich durch eine entsprechende Modulation der Laserausgangsleistung bemerkbar macht und z.B. mit Hilfe einer Fotodiode unter Ausnutzung der Nichtlinearität der Diodenkennlinie nachgewiesen werden kann.

Der besondere Reiz des Verfahrens besteht darin, daß gerade bei relativ kleinen Spiegelgeschwindigkeiten  $v \approx \frac{\text{mm}}{\text{s}}$  die zugehörigen Schwebungsfrequenzen im kHz-Bereich liegen. Sie können daher nach einer entsprechenden Verstärkung des Fotostroms über einen Lautsprecher hörbar gemacht und einem größeren Kreis vorgeführt werden.

## 2. Der experimentelle Aufbau

Für das Gelingen des Experiments ist entscheidend, daß eine gleichförmige Bewegung des dritten Spiegels längs der optischen Achse des Systems gewährleistet werden kann. Dabei muß die Normale des Spiegels in Richtung des Laserstrahls zeigen. Beide Bedingungen lassen sich mit Geräten einer Schulphysiksammlung erfüllen; der hierzu gewählte Aufbau ist schematisch in Abbildung 2 dargestellt. Der Zusammenbau ist unkritisch, wenn folgende Punkte beachtet werden (s. Abbildung 2):

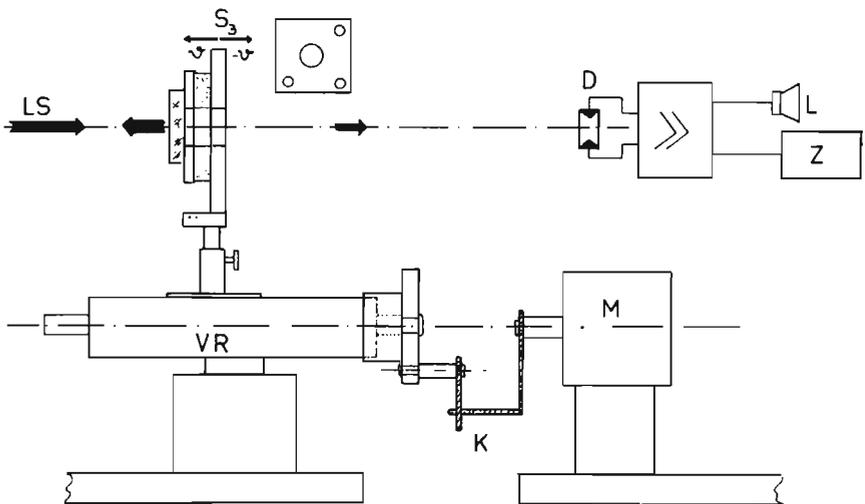


Abb. 2 Schematische Darstellung des gewählten Versuchsaufbaus. LS: Laserstrahl;  $S_3$ : beweglicher Spiegel mit der Frontansicht der Spiegelhalterung, die eine Justierung des Spiegels ermöglicht; (diese Spiegelhalterung läßt sich ohne allzu großem Aufwand aus zwei Platten mit der üblichen  $90^\circ$ -Dreipunkthalterung herstellen. Zur Erzeugung der notwendigen Rückstellkraft kann eine Lage Schaumstoff – wie angedeutet – dienen, da es hier nicht auf eine Langzeitstabilität der Justierung ankommt; weitere Konstruktionshinweise in [2]); VR: Präzisionsverschiebereiter (Montur längs der Achse); K: Mitnehmerkupplung; M: Antriebsmotor (z.B. Experimentiermotor der Lehrmittelfirmen); D: Fotodiode mit anschließendem Verstärker und Zähler Z.

- a) Die Achse des Verschiebereiters muß parallel zum Laserstrahl verlaufen. Steht kein Verschiebereiter zur Verfügung, so kann die gleichförmige Verschiebung des Spiegels  $S_3$  auch mit Hilfe eines Lautsprechers erreicht werden. Hierzu wird der Spiegel auf die Membran im Zentrum geklebt. Durch Anlegen einer Dreiecksspannung an die Lautsprecherspule erhält man dann über einen ausreichenden Bereich einen linearen Membran- bzw. Spiegelhub. Im Zusammenhang mit einem optischen Michelson Interferometer ist über eine erfolgreiche Anwendung dieses Verfahrens von Cichowlas et al. [3] berichtet worden.
- b) Die Spiegelhalterung muß eine Justierung des Spiegels soweit ermöglichen, bis Spiegelnormale und optische Achse übereinstimmen.
- c) Der Antrieb des Verschiebereiters muß erschütterungsfrei erfolgen. Die einfachste und effektivste Kupplung ist hierbei eine Mitnehmerkupplung, die sich aus zwei Drahtstücken biegen läßt. Die Befestigung des Motors muß dabei vom übrigen Aufbau getrennt erfolgen, so daß die Übertragung mechanischer Schwingungen möglichst verhindert wird.
- d) An das Reflexionsvermögen des dritten Spiegels sind keine hohen Anforderungen gestellt. Es genügt z.B. bereits das Reflexionsvermögen einer Glasplatte, um eine nachweisbare Modulation zu erhalten. Wir verwendeten einen Oberflächenspiegel mit einem Reflexionsvermögen von ca. 60 %.
- e) Der Nachweis der Modulation kann an einer beliebigen Stelle des Laserstrahls erfolgen. Da wir einen halbdurchlässigen Spiegel verwendeten, konnte das Signal hinter  $S_3$  nachgewiesen werden. Es ist ebenso möglich über einen zwischen  $S_2$  und  $S_3$  gestellten Strahlteiler (Glasplatte) einen Detektionsstrahl abzulenken und auf die Fotodiode zu leiten. Dies ist notwendig, wenn  $S_1$  und  $S_3$  total reflektieren.
- f) Es ist empfehlenswert, den Laser im  $TEM_{00q}$ -Mode zu betreiben.

Anmerkung: aus Gründen der einfacheren Deutung der Messung wäre die Verwendung eines „Monomode-Lasers“ wünschenswert. Die im Unterricht üblicherweise zur Verfügung stehenden He-Ne-Justierlaser erfüllen diese Bedingung nicht. Sie emittieren in der Regel 2–3 axiale Eigenschwingungen, deren Frequenzunterschied – je nach Resonatorlänge – im Bereich  $10^8$ – $10^9$  Hz liegt. Die damit bei deren Überlagerung ebenso auftretende Schwebungsfrequenz  $\delta\nu$  kann daher mit den üblichen optischen Nachweismethoden nicht nachgewiesen werden.  $\delta\nu$  berechnet sich nach

$$\delta\nu = \frac{c}{2L} \quad (2)$$

Für den von uns benutzten Laser mit  $L = 30$  cm folgt  $\delta\nu = 0,5$  GHz. Durch den Dopplereffekt erfährt jeder Resonatormode nach Gl. (1) eine eigene Frequenzverschiebung. Für benachbarte Moden ergibt dies einen Schwebungsfrequenzunterschied von ca.  $10^{-2}$  Hz ( $3 \cdot 10^{-3}$  Hz für  $L = 30$  cm und  $v = 1 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$ ). Das Meßsignal wird daher mit dieser gegenüber der Schwebungsfrequenz sehr kleinen

Frequenz zusätzlich moduliert. Mit unserer Anordnung konnten wir jedoch diese kleinen Frequenzunterschiede nicht nachweisen. Hierzu wäre eine sorgfältigere Montage notwendig, durch die auch auf einem längerem Verschiebeweg (cm-Bereich) die Konstanz der Spiegeljustierung garantiert werden kann. Der durch die Mitwirkung mehrerer Moden bedingte Fehler der Schwebungsfrequenzmessung ist bei den erreichten Meßzeiten von 1–4 Sekunden vernachlässigbar klein.

Entsprechendes gilt auch für transversale Moden. Das Experiment zeigte jedoch, daß in diesem Fall die Messungen durch Modeninstabilitäten wesentlich gestört wurden.

Im Schulunterricht wird man normalerweise den Einfluß der Lasermoden auf die Dopplerschwebungsfrequenz nicht erwähnen. Sind jedoch Resonatorprobleme erörtert worden, so kann die gewählte Anordnung dazu dienen, ein Verfahren zur Modenselektion [4] zu erläutern. Als Modenselektor dient dabei der durch  $S_1$  und  $S_3$  gebildete externe Resonator. Fällt bei einer entsprechenden Wahl der Resonatorlängen eine Eigenfrequenz des Laserresonators mit einer des externen Resonators zusammen, so kann die Lasereigenfrequenz besonders verstärkt werden und die benachbarten Moden können dabei nicht mehr zum Anschwingen kommen.

In Abbildung 3 ist das Oszillogramm eines typisch erreichten Meßsignals dargestellt. Es zeigt einmal die erwartete Schwebung und zum anderen die aufgrund der äußeren Einflüsse unvermeidlichen Amplituden- und Frequenzschwankungen. Diese Störungen können durch eine entsprechende Mittelung (aufsummierende Frequenzmessung) ausgeglichen werden, wie die Auswertung einer Messung in Abbildung 4 zeigt. Es ergibt sich die nach Gl. (1) erwartete Proportionalität zwischen der Schwebungsfrequenz  $\Delta\nu$  und der Geschwindigkeit  $v$ .

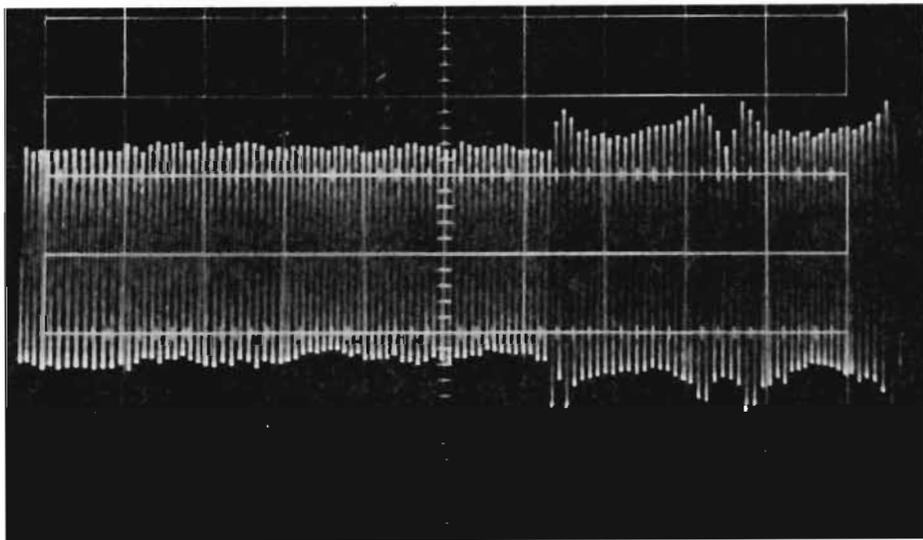


Abb. 3 Ein Oszillogramm als Beispiel der typisch erreichten Meßsignale; Schwebungsfrequenz ca. 1 kHz.

### 3. Anwendungen

#### 3.1. Ergebnis der Messung

Über die Geradensteigung in Abbildung 4 läßt sich das Verhältnis  $\frac{\nu_0}{c}$  auf ca. 1 % genau bestimmen. Hieraus kann man bei Kenntnis der Laserfrequenz auf  $c$  schließen bzw. mit  $\lambda_0 = \frac{c}{\nu_0}$  auf die Laserwellenlänge  $\lambda_0$ . Aus unserer Messung erhielten wir für die rote He-Ne-Laserlinie ( $\lambda_0 = 632,8$  nm) den Wert 634,9 nm. Die Genauigkeit dieses Verfahrens ist damit vergleichbar mit der von Beugungsexperimenten.

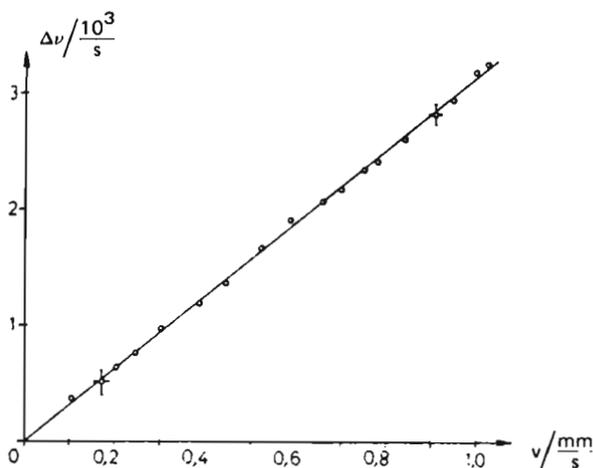


Abb. 4  $\Delta\nu - v$  - Diagramm als Beispiel einer Auswertung. (Ein „Geradenfit“ ergibt hier die Steigung  $3,15 \cdot 10^3 \text{ mm}^{-1}$ )

### 3.2. Untersuchung von optischen Wegänderungen

Die Dopplerverschiebung kann auch durch eine zeitliche Änderung des optischen Wegs zwischen  $S_2$  und  $S_3$  bei festem  $S_3$  erzeugt werden. Dies kann z.B. durch Neigen einer zwischen  $S_2$  und  $S_3$  gebrachten Glasplatte erreicht werden.

Besonders eindrucksvoll ist es, wenn man den Brechungsindex zwischen  $S_2$  und  $S_3$  ändert und damit eine optische Wegänderung erzeugt. Dies läßt sich z.B. dadurch verwirklichen, daß man eine vorher evakuierte Küvette zwischen  $S_2$  und  $S_3$  stellt und langsam Gas einströmen läßt.

Es stellt sich eine konstante Schwebungsfrequenz ein, sobald die zeitliche Brechungsindexänderung konstant ist. Man kann damit leicht nachweisen, daß Gase einen von eins verschiedenen Brechungsindex besitzen.

Die zeitliche Brechungsindexänderung in der Küvette  $\dot{n}_2$  kann durch eine scheinbare Spiegelgeschwindigkeit  $v'$  gemäß

$$v' = \dot{n}_2 \cdot \frac{s_2}{n_1} \quad (3)$$

ersetzt werden.

(Gl. (3) folgt unmittelbar aus dem Fermatschen Prinzip;  $s_2$  stellt den Abstand der Küvettenfenster dar,  $n_1$  den Brechungsindex außerhalb der Küvette). Gl. (3) in Gl. (1) eingesetzt ergibt die gesuchte Schwebungsfrequenz.

### 3.3. Laser-Doppler-Anemometrie

Bei der Laser-Doppler-Anemometrie wird das direkte Laserlicht mit dem von bewegten Teilchen gestreuten Laserlicht (gleiche Laserlichtquelle) überlagert. Das gestreute Licht ist dabei je nach der Geschwindigkeit des streuenden Teilchens aufgrund des Doppler-

effekts frequenzverschoben, was zum Auftreten der entsprechenden Schwebungsfrequenzen führt, aus denen gemäß Gl. (1) auf die Geschwindigkeit der streuenden Teilchen geschlossen werden kann. Besonders eindrucksvolle Beispiele zu diesem Verfahren sind von G. Koppelman auf der Frühjahrstagung der DPG in Gießen 1979 vorgestellt worden [5].

Das Verfahren „dritter bewegter Spiegel“ ist nun ein besonders einfaches Beispiel zur Doppler-Anemometrie, da es sich hierbei nur um ein „streuendes Teilchen“ handelt, das sich mit konstanter Geschwindigkeit nur in einer Richtung bewegt. Die Grundlage der Doppler-Anemometrie läßt sich also hieran besonders einleuchtend darstellen.

#### 4. Zusammenfassung

Es wurde ein Experiment beschrieben, durch das auf eine einfache Weise, mit schulischen Mitteln der optische Dopplereffekt nachgewiesen und quantitativ untersucht werden kann. Das Experiment bietet die Möglichkeit, neben dem Dopplereffekt noch folgende Themenkreise anzusprechen: Frequenzmischung bei optischen Frequenzen, Demodulation, optische Weglänge, Wellenlängenmessung, Laser-Doppler-Anemometrie, Eigenschaften des Laserresonators. Der Vorteil des Experiments besteht u.a. darin, daß die jeweils untersuchten Vorgänge hörbar und einem großen Zuhörerkreis damit zugänglich gemacht werden können.

(Anschrift des Verfassers: Dr. Werner B. Schneider, StR, Adolf-Reichwein-Schule Marburg, Weintrautstraße 33, 3550 Marburg)

Eingangsdatum: 7. 5. 1979

#### Literatur

- [1] Dutton, D., M. Parker u. R. Hopkins: Am. J. Phys. 32 (1964) S. 355.
- [2] Stong, C.L.: Scientific American 9 (1964) S. 227.
- [3] Cichowlas, A., C. Hermann, C. Lasnitschka, J. Weckler, u. A. Scharmann: Verhdl. DPG (VI) 14 (1979) S. 993.
- [4] Weber, H., u. G. Herziger: Laser – Grundlagen und Anwendungen, Weinheim, Physik Verlag, 1972.
- [5] Koppelman, G.: Verhdl. DPG (VI) 14 (1979) S. 1006.